



Creencias y rendimiento académico en matemáticas en el ingreso a carreras de ingeniería

Jorge Daniel Mello-Román

Facultad de Ciencias Exactas y Tecnológicas
Universidad Nacional de Concepción (Paraguay)
mail: jdmello@facet-unc.edu.py
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2821-7538>

Inés M. Gómez-Chacón

Instituto de Matemática Interdisciplinar
Facultad de Ciencias Matemáticas
Universidad Complutense de Madrid (Spain)
e-mail: igomezchacon@mat.ucm.es
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8028-0548>

RESUMEN

En este artículo se describe la naturaleza de los sistemas de creencias de un grupo de estudiantes postulantes a carreras de Ingeniería en la Universidad Nacional de Concepción de Paraguay. Se identifican las relaciones entre creencias y rendimiento académico en matemáticas. Asimismo, se examina la validez y fiabilidad del cuestionario CreeMat utilizado para este contexto. La población estuvo integrada por 113 estudiantes, y el muestreo fue no probabilístico y con participación voluntaria. Se implementaron diferentes técnicas de minería de datos para modelizar la relación entre las creencias y el rendimiento académico en matemáticas: Regresión Lineal Múltiple, Regresión de Mínimos Cuadrados Parciales y Redes Bayesianas. Los resultados ponen de manifiesto las relaciones entre diferentes dimensiones de creencias y el rendimiento, en las que cabe destacar las creencias positivas sobre la resolución de problemas y la dimensión afectiva y conductual relativa al compromiso del alumno con el aprendizaje matemático. Se confirma la validez y fiabilidad del cuestionario para esta población y contexto.

Palabras clave: Educación Matemática; Rendimiento Académico; Creencias en matemáticas; Análisis de Datos.

Beliefs and academic performance in mathematics at admission to engineering degrees

ABSTRACT

This article describes the nature of the belief system shared by a group of students who are applying for engineering degrees at the Universidad Nacional de Concepción in Paraguay. The relationships between beliefs and academic performance in mathematics are identified. The validity and reliability of the *CreeMat questionnaire* used in this context is also examined. The population consisted of 113 students, and the sampling was non-probabilistic and with voluntary participation. Different data mining techniques were implemented to model the relationship between beliefs and academic performance in mathematics: Multiple Linear Regression, Partial Least Squares Regression, and Bayesian Networks. The results show relationships between different dimensions of beliefs and performance, in which positive beliefs about problem solving and the affective and behavioural dimension related to the student's commitment to mathematical learning stand out. The validity and reliability of the questionnaire for this population and context is confirmed.

Keywords: Mathematics Education; Academic Achievement; Beliefs; Data Mining



1. Introducción

En los últimos años se ha dado un creciente interés en la investigación de temas relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en el nivel universitario, abordados desde diversas perspectivas teóricas y metodológicas (Biza *et al.*, 2016; Gómez-Chacón *et al.*, 2021). En este campo, una de las líneas que ha cobrado especial dinamismo es la enseñanza de las matemáticas a los no matemáticos, con varias preguntas de investigación abiertas, entre ellas, las que pretenden describir y analizar procesos de desarrollo del conocimiento matemático desde perspectivas metacognitivas y epistemológicas referidas a los sistemas de creencias (Erens y Eichler, 2019; Gómez-Chacón *et al.*, 2015; Zakariya *et al.*, 2020).

Brown (1978) y Flavell (1976) conceptualizan la metacognición como el conocimiento y regulación sobre las propias actividades cognitivas. En los estudios con estudiantes de ingeniería se ha puesto de manifiesto las dificultades que tienen en los cursos iniciales y el bajo rendimiento en matemáticas lo que provoca actitudes negativas hacia las matemáticas y los lleva a cambiar sus aspiraciones profesionales (Tossavainen *et al.*, 2019). Gómez-Chacón *et al.* (2015) en sus investigaciones con estudiantes de ingeniería destacan la influencia de las habilidades metacognitivas en las estrategias de aprendizaje (estrategias cognitivas, metacognitivas y relacionadas con los recursos que utilizan) y consecuentemente en el rendimiento académico en matemáticas. Estas habilidades metacognitivas son herramientas que favorecen en los estudiantes la conciencia de sus fortalezas y debilidades y el aprendizaje autorregulado, donde la orientación a la meta y el control de las creencias de aprendizaje son clave. Este mismo estudio señala que los procesos de desarrollo del conocimiento matemático no son independientes del contexto social y cultural, describiendo las similitudes y diferencias en las estrategias de aprendizaje de estudiantes de ingeniería de España y Alemania. Estos resultados motivan la importancia de explorar en profundidad estas influencias contextuales y el afinar variables que establezcan estas diferencias (Bergsten *et al.*, 2015).

La conexión entre el dominio de la autorregulación y el éxito académico –entendido como una manera más operacional de ver el rendimiento académico y como la relación entre el proceso de aprendizaje y sus resultados tangibles en valores predeterminados – ha sido observada en numerosas ocasiones, por ejemplo, por Pintrich y De Groot (1990). Resultados de investigaciones en matemáticas indican que la reflexión cognitiva de los estudiantes del área científica-tecnológica, como variable metacognitiva entendida como la capacidad o disposición para reflexionar sobre una pregunta y resistirse a dar la primera respuesta que se le ocurra, las creencias sobre las matemáticas y la autoeficacia correlacionan positiva y significativamente con el rendimiento matemático (Gómez-Chacón *et al.*, 2014). También, en estudios sobre metacognición y estrategias de aprendizaje con estudiantes de ingeniería en clases de matemática señalan el impacto positivo de la planificación, control y regulación en las estrategias de aprendizaje en competencias cruciales y como consecuencia en el rendimiento en matemáticas (Griese *et al.*, 2011).

Así mismo, investigaciones que examinan la influencia de los procesos preconscientes que contextualizan y dan forma al razonamiento deliberativo y a la toma de decisiones como los de Evans (2007) argumentan que el razonamiento opera por medio de distintos procesos duales, analítico/heurístico, destacando el impacto de los aspectos metacognitivos y su conexión con juicios basados en las creencias en las tasas de abandono

en carreras de Ciencias, Ingeniería, Tecnología y Matemáticas (STEM por sus siglas en inglés). En este sentido el concepto de creencias de autoeficacia también cobra relevancia, entendida como la fuerza de la creencia de una persona en su capacidad para alcanzar un objetivo o resolver problemas mediante sus propias competencias (Zakariya *et al.*, 2020).

Las investigaciones sobre creencias proporcionan hasta el momento, definiciones diversas que dependen del planteamiento de los estudios, marcos teóricos y herramientas de análisis escogidas (Pepin y Rösken-Winter, 2015; Rodríguez-Muñiz *et al.*, en prensa). Las creencias son proposiciones que son verdaderas a los ojos del que las ve (Philipp, 2007), se mantienen individualmente (Erens y Eichler, 2019) y tienden a formar clústeres, ya que “siempre vienen en conjuntos o grupos, nunca en completa independencia unos de otros” (Green, 1971, p. 41). Es decir, una creencia rara vez está aislada, sino que está conectada con otras formando asociaciones. y según Green (1971), estos grupos son familias coherentes. Por esta razón, los grupos de creencias pueden entenderse en términos de visiones o puntos de vista de las matemáticas (Roesken *et al.*, 2011).

Aunque se han realizado numerosos estudios sobre el papel esencial de creencias en el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas (por ejemplo, Leder *et al.*, 2002; Pepin y Rösken-Winter, 2015). La aproximación teórica que fundamentó el cuestionario está basada en una comprensión integradora de los sistemas de creencias (ver Gómez-Chacón *et al.*, 2006; Op't Eynde *et al.*, 2002). Esta propuesta permite una mejor comprensión de las interacciones entre diferentes tipos de creencias, tal y como se refleja en el cuestionario CreeMat que se evalúa y valida en este estudio.

En la literatura podemos encontrar diferentes acepciones al concepto de rendimiento académico. Algunos autores como Fullana (2008) lo describe como el resultado del proceso de aprendizaje escolar, en el cual convergen efectos de numerosas variables, individuales, sociales y sus interrelaciones. Sin embargo, pese a aproximaciones tan integradoras como la definida anteriormente los expedientes académicos y las calificaciones de los escolares siguen siendo utilizados como fuente principal para valorar los resultados de la enseñanza y constituyen el criterio para definir el rendimiento académico (Rodríguez Garcés y Jarpa Arriagada, 2015). En nuestro estudio, utilizamos como definición de rendimiento académico: “resultados que indican el grado en que una persona ha logrado objetivos específicos en los que se centran las actividades en entornos de instrucción, específicamente en la universidad”. Entre los muchos criterios que indican el rendimiento académico hay indicadores muy generales como los conocimientos procedimentales y declarativos adquiridos en un sistema educativo y criterios basados en el currículo, como las calificaciones o el rendimiento en una prueba de rendimiento educativo” (Steinmayr *et al.*, 2014). Basados en esta conceptualización, el rendimiento académico en matemáticas se identifica a través del promedio de las calificaciones obtenidas en diferentes pruebas escritas en cuatro áreas matemáticas: Aritmética, Álgebra, Geometría y Trigonometría que ponen de relieve conocimientos procedimentales y declarativos adquiridos en el sistema educativo.

Hay que indicar que en las dos últimas décadas se ha producido un aumento de los estudios empíricos sobre las variables asociadas al rendimiento en la educación superior. Encontramos metaanálisis como el Schneider y Preckel (2017) que ha sintetizado esta información, proporcionando una lista de más de cien variables ordenadas por el tamaño del efecto. Los resultados destacan la estrecha relación entre la interacción social en los cursos, la estimulación del aprendizaje significativo, la

utilización de tareas de aprendizaje conceptualmente exigentes y los métodos de enseñanza. Así mismo los estudiantes con alto rendimiento se caracterizan por creencias positivas, alta autoeficacia, alto rendimiento e inteligencia previos, concienciación y uso de estrategias de aprendizaje orientadas a objetivos.

La prioridad dada a la exploración de los sistemas de creencias como factor que puede estar interaccionando con el rendimiento con estudiantes universitarios de ingeniería viene sostenida por resultados del metaanálisis así como estudios específicos en el área de matemáticas (Tossavainen *et al.*, 2019). Muchas de las asignaturas en los estudios de ingeniería requieren de conocimientos y conceptos matemáticos para una comprensión más profunda profesional. Sin embargo, las matemáticas no suelen ser el principal interés de estos estudiantes, a lo que se le suma el esfuerzo que supone la transición de la secundaria a la universidad, esta transición afecta tanto a la forma en que el estudiante percibe las matemáticas, así como en sus creencias de autoeficacia (Kouvela *et al.*, 2018).

Nuestro estudio sigue esta línea de investigación, ya que estamos interesados en las relaciones entre el rendimiento de los estudiantes paraguayos de primer año de ingeniería en matemáticas y su visión de las matemáticas y sus creencias sobre su competencia personal y en su dimensión de compromiso en el aprendizaje. Se toma como caso de estudio, un grupo de jóvenes postulantes a carreras de Ingeniería en la Universidad Nacional de Concepción, universidad de gestión pública ubicada en el norte de Paraguay. Es importante señalar que este país atraviesa dificultades en cuanto al aprendizaje en matemáticas en todo el sistema educativo, conforme lo señalan evaluaciones del progreso educativo tanto nacionales como internacionales en las cuales ha participado (Mello Román y Giménez Amarilla, 2020; Román, 2017), por lo que la investigación que se presenta puede ser una contribución pertinente.

2. Metodología

2.1. Objetivos

Este estudio tiene los siguientes objetivos:

a) Evaluar la fiabilidad y validez del cuestionario CreetMat que explora las creencias de los estudiantes sobre las matemáticas (Gómez-Chacón *et al.*, 2014) en un contexto disímil al que fue aplicado originalmente.

b) Examinar a través de técnicas de minería de datos y modelización predictiva la relación entre las creencias y el rendimiento académico en matemáticas.

2.2. Participantes

La población estuvo integrada con 113 estudiantes inscriptos en el Curso Preparatorio de Ingreso de la Facultad de Ciencias Exactas y Tecnológicas de la Universidad Nacional de Concepción en el año académico 2020, aspirantes a las carreras de Ingeniería Civil e Ingeniería Industrial. El 53% de la población se declaró con sexo masculino y 43% con sexo femenino, el 2% no respondió la consulta. La edad promedio fue de 18,7 años con una desviación estándar de 3,3 años. La distribución de las edades se puede observar en la Figura 1.

El muestreo fue no probabilístico y por conveniencia debido a que la participación de los estudiantes fue voluntaria. La muestra final estuvo integrada con 56 estudiantes que decidieron participar del estudio, que representa un 50% de la población en estudio. Siguiendo lineamientos éticos no se profundizaron en las razones individuales de la no participación.

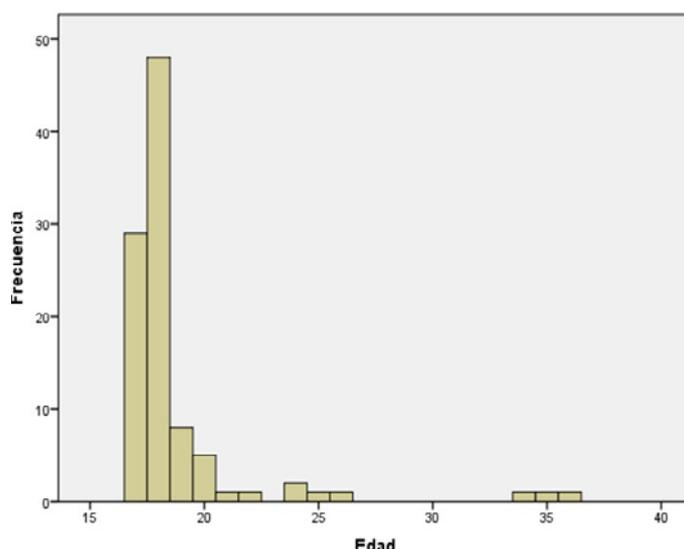


Figura 1. Distribución de la edad de los estudiantes que constituyen la población. Elaboración propia.

2.3. Instrumentos y procedimiento de recogida de datos

El cuestionario de creencias (CreeMat cuestionario) fue diseñado para evaluar los sistemas de creencias sobre las matemáticas en estudiantes de Secundaria y Bachillerato (Gómez-Chacón *et al.*, 2014) y también utilizado posteriormente con estudiantes de ingeniería en España (Gómez-Chacón *et al.*, 2015). Se considera adecuado para la población en estudio, considerando la franja etaria mayoritaria en la misma (Ver Figura 1). Utiliza una escala tipo Likert en la que 1 representa *completamente en desacuerdo* y 5 *completamente de acuerdo*.

En coherencia con el marco teórico que reconoce los sistemas de creencias y las dinámicas de interacción entre creencias este cuestionario evalúa cuatro dimensiones en el desarrollo de las creencias: 1) creencias de los alumnos sobre matemáticas (MathBe: ítems 5, 9 y 13), 2) creencias sobre el aprendizaje y la resolución de problemas matemáticos (ProsolvBe: ítems 7, 10 y 11), 3) creencias de los alumnos sobre sí mismos (creencias sobre el significado de la competencia personal en matemáticas, es decir, la confianza y la percepción de la propia capacidad del alumno) (ConfBe: ítems 4, 6 y 12), y 4) una dimensión afectiva y conductual relativa al compromiso del alumno con el aprendizaje matemático individual (EngBehav: ítems 1, 2 y 3). Las tres primeras se han integrado en otros cuestionarios, pero la de compromiso supone una novedad en este tipo de cuestionario. Hacemos notar que los aspectos del compromiso en el aprendizaje de las matemáticas: el compromiso afectivo y el conductual son valorados. En este sentido, expertos como Fredricks *et al.* (2004) proporcionan una comprensión más completa del compromiso en los contextos escolares con valoraciones cognitivas más amplias. En nuestro contexto, en lo que respecta al aprendizaje de la disciplina de las matemáticas, nos referimos únicamente al compromiso en el ámbito cognitivo de las matemáticas. Es en este ámbito donde decidimos examinar cómo se sienten los alumnos ante la disciplina (es decir, la dimensión afectiva del compromiso) y cómo se comportan cuando aprenden la asignatura (es decir, el compromiso expresado en su conducta).

El rendimiento académico se determinó a través de pruebas escritas en cuatro áreas matemáticas: Aritmética, Álgebra, Geometría y Trigonometría, a un nivel pre-universitario. Cada prueba constó de 25 ítems y se evalúa sobre un total de 100 puntos. Consi-

derando que los estudiantes pertenecen a un mismo grupo, con las mismas asignaturas y docentes, el promedio de las calificaciones obtenidas en las pruebas objetivas constituye un indicador comparable del rendimiento académico (Caldera-Montes *et al.*, 2017; Soares *et al.*, 2006; Tomás-Miquel *et al.*, 2014).

Con la prueba correspondiente a Aritmética, se evaluaron capacidades para: efectuar operaciones aritméticas fundamentales, utilizar conceptos y propiedades de divisibilidad en la resolución de ejercicios y problemas, aplicar operaciones con números enteros o fraccionarios, resolver problemas utilizando el sistema métrico decimal, así como conceptos de proporción y porcentaje. En el área de Álgebra se evaluaron capacidades para: efectuar operaciones con expresiones algebraicas, realizar la descomposición factorial de polinomios, determinar el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de expresiones algebraicas, resolver problemas mediante el uso de ecuaciones de primer y segundo grado, logarítmicas y exponenciales, así como la aplicación de conceptos de progresión aritmética y geométrica.

Con la prueba sobre Geometría se evaluaron capacidades para: distinguir elementos de las figuras geométricas y de los cuerpos, así como resolver problemas prácticos sobre relaciones angulares, perímetro, área de figuras planas, área y volumen de cuerpos geométricos. Finalmente, en el área de Trigonometría, se evaluaron capacidades para: distinguir y relacionar las funciones trigonométricas, aplicar y efectuar transformaciones de fórmulas trigonométricas, verificar identidades y resolver ecuaciones trigonométricas, así como resolver problemas de triángulos utilizando conceptos y propiedades específicos del área.

Los libros de texto utilizados durante el curso preparatorio de ingreso son: Aritmética, Álgebra y Geometría plana y del espacio y Trigonometría del profesor Aurelio Baldor (2008a, 2008b, 2009). Los ítem y preguntas de las cuatro pruebas se elaboraron tomando como marco referencial los ejercicios y problemas que aparecen en la bibliografía señalada.

Para la recogida de datos se realizaron reuniones con directivos, docentes y estudiantes para informar sobre los objetivos de la investigación, el uso que se daría a la información recogida, y la garantía de confidencialidad de los datos. En coordinación con la universidad se accedió a la lista de estudiantes quienes brindaron su consentimiento informado y fechas para la aplicación presencial del cuestionario de creencias CreeMat y las pruebas de rendimiento académico en matemáticas.

El cuestionario CreeMat se aplicó en agosto del año 2020, en medio de restricciones sanitarias establecidas por la pandemia del COVID -19. Las pruebas escritas se aplicaron en noviembre del mismo año, al finalizar el periodo lectivo. La institución e investigadores velaron en todo momento por el cumplimiento pleno de los protocolos sanitarios establecidos.

Finalmente, indicar que el análisis exploratorio de los datos, la generación de tablas y gráficos, el análisis de fiabilidad de los instrumentos, así como la construcción y evaluación de los modelos de aprendizaje estadístico se realizaron con soporte de IBM SPSS. La fiabilidad constituye una de las principales cualidades técnicas de los instrumentos de medida, también ligada a la validez de contenido (Juste, 2009; Rodríguez y Álvarez, 2020). Para estimar de fiabilidad del cuestionario se determinó el coeficiente α de Cronbach, indicado para instrumentos con respuestas a los ítems, dicotómicas o con más de dos valores en una escala de actitudes con respuesta de tipo Likert (Aiken, 2003; Cortina, 1993), y que constituye un índice global de la replicabilidad o de la consistencia interna de la escala en su conjunto (Pedersen y Haavold, 2022).

2.4. Técnicas de Minería de datos

Las técnicas principales de análisis utilizadas han estado basadas en la minería de datos. De acuerdo con Frawley *et al.* (1992) la minería de datos es la extracción no trivial de información implícita, previamente desconocida y potencialmente útil de los datos, a través de algoritmos de aprendizaje automático, con el propósito de identificar patrones o relaciones en un conjunto de datos, siendo según Nisbet *et al.* (2017) una de sus principales tareas la modelización predictiva.

Se implementaron un conjunto de tres técnicas de minería de datos: Regresión Lineal Múltiple, Regresión de Mínimos Cuadrados Parciales y Redes Bayesianas. Las técnicas arrojaron por separado, información contrastable y específica sobre las variables y sus relaciones.

2.4.1. Regresión Lineal Múltiple

La Regresión Lineal Múltiple es utilizada tanto con fines explicativos como predictivos. Según Carreto *et al.* (2014) cuando su propósito es predictivo, permite identificar valores de la variable respuesta más probables, dado un conjunto de valores de las variables independientes. Esta técnica ha sido ampliamente utilizada en estudios sobre el rendimiento académico (De la Orden *et al.*, 2001; Mello Román y Hernández Estrada, 2019).

Se describe matemáticamente de la siguiente manera. Dada la matriz \mathbf{X} de variables independientes, un vector columna \mathbf{y} que representa la variable dependiente, \mathbf{b} el vector columna de los coeficientes y \mathbf{e} el vector residual. Para n muestras y m variables independientes la relación lineal entre las variables puede plantearse conforme a la siguiente ecuación:

$$\mathbf{y}_{n \times 1} = \mathbf{X}_{n \times m} \mathbf{b}_{m \times 1} + \mathbf{e}_{n \times 1}$$

Por el método de mínimos cuadrados puede determinarse una solución a la ecuación igual a:

$$\mathbf{b} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y}$$

En este estudio se optó por método de selección las variables escalonado hacia adelante, y como criterio de entrada de variables se tomaron el estadístico F de Fischer y un p-valor $< 0, 05$.

2.4.2. Regresión de Mínimos Cuadrados Parciales

La regresión de mínimos cuadrados parciales es una técnica que generaliza y combina, características de Análisis de Componentes Principales y Regresión Lineal Múltiple (Abdi, 2010) y es una técnica muy recurrida en las ciencias sociales. Mello-Román y Hernández (2020) han utilizado la técnica en datos sobre rendimiento académico, con el fin de mejorar su capacidad predictiva.

Geladi y Kowalski (1986) presentan los fundamentos de esta técnica como una regresión entre los componentes de las matrices de datos $\mathbf{X}_{n \times m}$ e $\mathbf{Y}_{n \times r}$ donde n es el número de muestras, con m variables independientes y r variables dependientes. Para p componentes se establecen las relaciones externas:

$$\mathbf{Y}_{n \times r} = \mathbf{U}_{n \times n} \mathbf{Q}'_{n \times r} + \mathbf{F}_{n \times r}$$

$$\mathbf{X}_{n \times m} = \mathbf{T}_{n \times n} \mathbf{P}'_{n \times m} + \mathbf{E}_{n \times m}$$

donde las matrices \mathbf{U} y \mathbf{T} contienen los vectores componentes de \mathbf{Y} y \mathbf{X} respectivamente, con sus respectivas cargas \mathbf{Q} y \mathbf{P} y las

matrices residuales **F** y **E**. Se establece además la relación lineal $\hat{u}_h = b_h t_h$ interna entre los vectores de **U** y **T** por cada componente p_h . La solución se determina mediante la aplicación iterativa del algoritmo NIPALS por las siglas del inglés “Nonlinear Iterative Partial Least Squares”. La matriz de coeficientes queda definida por la expresión:

$$B = X'U(T'XX'U)^{-1}T'Y$$

2.4.3. Redes Bayesianas

Las redes bayesianas son modelos gráficos representados por grafos acíclicos dirigidos en los que los nodos son las variables y los enlaces muestran las dependencias entre las variables (Cowell, 1998; Smail, 2011). Se ha popularizado en varios campos, incluyendo la psicología debido a su utilidad para modelar procesos cognitivos como el aprendizaje y el razonamiento causal (Puga, 2012).

Las redes bayesianas se expresan como un par (G, P) , donde G es un grafo acíclico dirigido, los nodos son las variables aleatorias ordenadas $\{X_1, \dots, X_n\}$ y los arcos recogen la estructura de dependencia entre ellas, P recoge las distribuciones condicionales de probabilidad de cada variable X_i , es decir $P_{X_i}(X_i | \Pi_{X_i})$, donde Π_{X_i} es el conjunto de padres de X_i . Para n variables aleatorias, la distribución de probabilidad conjunta está dada por:

$$P_X(X) = \prod_{i=1}^n P_{X_i}(X_i | \Pi_{X_i})$$

En las redes bayesianas, los grafos acíclicos dirigidos muestran las relaciones de dependencia e independencia entre las variables, y las probabilidades permiten determinar la importancia de estas.

3. Resultados

En esta sección se presentan los resultados del cuestionario de creencias y el análisis de fiabilidad del cuestionario CreeMat. Seguidamente se exponen las relaciones observadas entre las creencias y el rendimiento académico a partir de técnicas de minería de datos implementadas.

3.1. Creencias en matemáticas

En la Tabla 1 se presenta el promedio de respuestas por cada pregunta en la escala del 1 *completamente en desacuerdo* al 5 *completamente de acuerdo*, así como la dispersión relativa determinada por el coeficiente de variación. De estos resultados se interpreta que el grupo de estudiantes tiene una dimensión de creencia positiva sobre las matemáticas (MathBe) y la resolución de problemas matemáticos (ProsovBe), sin embargo, tienen un menor nivel de confianza en sus competencias personales en matemáticas (ConfBe). Se evidencia además un bajo nivel en la dimensión de creencia sobre el compromiso afectivo con el aprendizaje matemático (EngBehav).

3.1.1. Análisis de fiabilidad

El valor del coeficiente α de Cronbach obtenido para el cuestionario de creencias CreeMat, y en la muestra evaluada, es de 0,621. Sturmey *et al.* (2005) señalan que una puntuación $\alpha \geq 0,6$ es generalmente aceptable, principalmente para instrumentos con un bajo número de ítems, como es el caso.

Tabla 1

Resultados sobre sistemas de creencias en matemáticas. Elaboración propia.

Ítem	Preguntas	Media	Coefficiente de Variación
C1	Trabajo duro en matemáticas	3,74	30%
C2	Si cometo errores, trabajo hasta corregirlos	4,38	20%
C3	Me gusta inventarme nuevos problemas	2,71	52%
C4	Aprendo las matemáticas rápidamente	3,90	22%
C5	Las matemáticas nos permiten entender mejor el mundo en que vivimos	4,24	22%
C6	Cuando me piden que resuelva problemas de matemáticas me pongo nervioso	2,73	43%
C7	Cuando no puedo resolver un problema de matemáticas rápidamente, dejo de intentarlo	1,93	51%
C8	Siento confianza cuando estudio o trabajo en matemáticas	4,17	17%
C9	Todo el mundo puede aprender matemáticas	4,58	14%
C10	Prefiero tareas que supongan un reto para así aprender cosas nuevas	4,17	19%
C11	Las clases de matemáticas deberían dar importancia a la resolución de problemas matemáticos.	4,21	14%
C12	Me siento feliz cuando resuelvo problemas de matemáticas.	4,18	22%
C13	Las matemáticas consisten en memorizar.	1,77	52%

3.2. Rendimiento académico en matemáticas

El rendimiento académico en las cuatro áreas evaluadas (Aritmética, Álgebra, Geometría y Trigonometría) se presenta en la Tabla 2. Se observan características similares en términos de dispersión relativa y rango de las calificaciones. La calificación final representa el promedio de las calificaciones obtenidas por cada estudiante en las cuatro en una escala de 100 puntos. En general, los participantes obtuvieron un rendimiento académico promedio de 69,6 puntos y una dispersión relativa del 22%.

Tabla 2.

Rendimiento académico en las áreas evaluadas. Elaboración propia

	Aritmética	Álgebra	Geometría	Trigonometría	Calificación Final
Media	65,0	69,9	66,6	77,0	69,6
Coefficiente de Variación	27%	22%	24%	24%	22%
Máximo	89	95	96	100	92
Mínimo	37	43	37	35	42

En la red bayesiana generada (Figura 2) se observa independencia estadística entre las variables (C11) Las clases de matemáticas deberían dar importancia a la resolución de problemas matemáticos y (C10) Prefiero tareas que supongan un reto para así aprender cosas nuevas, y la dependencia de cada una con relación a las variables (C1) Trabajo duro en matemáticas y el (RA) Rendimiento académico en matemáticas. También se visualiza un aparente rol mediador de la variable (C1) con respecto a los demás predictores y la variable destino (RA).

Cada nodo de la Red Bayesiana lleva asociada una tabla de probabilidades condicionales (Smail, 2017). La variable (C1) Trabajo duro en matemáticas tiene la distribución de probabilidad que se muestra en la Tabla 5.

Tabla 5.
Tabla de probabilidades condicionales de (C1) Trabajo duro en matemáticas.
Elaboración propia.

	Rendimiento académico	Probabilidad condicional				
		1	2	3	4	5
(0)	Menos de 50	0,00	0,00	0,20	0,80	0,00
(1)	50 – 59	0,00	0,17	0,33	0,33	0,17
(2)	60 – 69	0,00	0,00	0,43	0,43	0,14
(3)	70 – 79	0,00	0,33	0,00	0,67	0,00
(4)	80 – 89	0,00	0,10	0,10	0,20	0,60
(5)	90 – 100	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00

De la Tabla 5 se puede extraer que, dado que un estudiante ha obtenido una calificación entre 90 – 100, la probabilidad que haya señalado que siempre trabaja duro en matemáticas es del 100%, decir $P(C_1=5|RA=5) = 1$. Igualmente, para un estudiante que ha obtenido una calificación entre 80 – 89, la probabilidad de haya señalado que, siempre o casi siempre, trabaja duro en matemáticas es del 80 %.

La distribución de probabilidades condicionales para la variable (C11) Las clases de matemáticas deberían dar importancia a la resolución de problemas matemáticos, tomando como condición que las variables $C_1=5 \wedge RA=5$, es decir considerando exclusivamente el grupo estudiantes con mayor rendimiento académico (RA) y que ha declarado permanente trabajo duro en matemáticas (C1), son las siguientes:

Este resultado muestra que la probabilidad que un estudiante que ha obtenido una calificación entre 90 – 100 (RA=5) y ha señalado que siempre trabaja duro en matemáticas (C1=5), valore positivamente (C11=4) o muy positivamente (C11=5) la importancia de la resolución de problemas matemáticos es del 100%.

4. Discusión y conclusiones

En relación con los objetivos planteados en la investigación se han obtenidos distintos resultados. Respecto a la validez del cuestionario CreeMat para la evaluación de las creencias en estudiantes universitarios de ingeniería en Paraguay (Objetivo 1) los resultados obtenidos en el análisis de fiabilidad, con un alpha de Cronbach aceptable, permiten concluir la replicabilidad. La evidencia disponible en investigaciones anteriores (Gómez-Chacón *et al.*, 2014) se integra a los resultados obtenidos en este estudio, para apoyar el argumento de validez del instrumento, pero sin

descontar la necesidad de seguir realizando más investigaciones para comprender mejor la prueba y las inferencias que pueden extraerse de ella como se señalan American Educational Research Association *et al.* (2018). Se ha observado además que el grupo de estudio ha interpretado claramente el mecanismo de la prueba y el objetivo de medición.

Con respecto al segundo objetivo de la investigación, las técnicas de minería de datos implementadas han sido muy eficaces para el establecimiento relaciones y arrojan resultados que conducen a inferencias comunes para el caso de estudio de las dimensiones de creencia sobre compromiso afectivo y conductual en el aprendizaje (EngeBehav) y el rendimiento académico en matemáticas (RA). En las tres técnicas, se verifica la relación las variables (C1) Trabajo duro en matemáticas (configuradora de la dimensión de compromiso del alumno con el aprendizaje matemático) y (RA). Esta relación se verifica desde las características de cada técnica, coincidentes, pero estrictamente diferentes, la Regresión Lineal Múltiple presenta la importancia de la variable independiente (C1) para explicar la variabilidad de (RA), la Regresión de Mínimos Cuadrados Parciales evidencia el peso de la variable independiente en la tarea predictiva de la variable respuesta, mientras que las Redes Bayesianas demuestran la relación de dependencia estadística entre ambas variables.

Es de destacar los resultados relativos a las creencias sobre la resolución de problemas. En varias técnicas se pone de manifiesto, la valoración de los estudiantes sobre la necesidad de que las clases den importancia a la resolución de problemas (C11) y el aprecio por tareas que suponen un reto (C10), como aspectos clave como método de enseñanza y como concepción de la enseñanza de las matemáticas en alumnado de alto rendimiento. Asimismo, a partir de los resultados coincidentes de las tres técnicas implementadas, se infiere la importancia del compromiso afectivo y conductual de cada estudiante con su aprendizaje matemático, para alcanzar resultados académicos positivos, en el marco del propósito de acceder a carreras de Ingeniería. Estos datos confirman estudios sobre el rendimiento académico y variables más influyentes (Fredricks *et al.*, 2004; Schneider y Preckel, 2017) y añade mayor cualificación a los estudios hechos en el ámbito de Ingeniería (Tossavainen *et al.*, 2019, Zakariya *et al.*, 2020).

Hacemos notar que, dadas las características metodológicas de la investigación, las afirmaciones se circunscriben al caso de estudio, sin embargo, constituye un aporte en la generación de evidencias de respaldo a la validez del cuestionario CreeMat, y su uso en técnicas cuantitativas para establecer relaciones con el rendimiento académico en matemáticas, o al menos no se han encontrado argumentos suficientes como para cuestionarlos, en contextos disímiles al que fueran anteriormente aplicados.

Finalmente debemos indicar que este estudio deja abierta distintas líneas de estudio, entre ellas destacamos el profundizar en algunos resultados parciales observados en el trabajo, tales como un probable rol mediador del compromiso afectivo y conductual sobre el aprendizaje sobre otras dimensiones de creencia que mide el cuestionario, o qué impacto tendría en la confiabilidad o precisión la modificación de ítems. Futuros trabajos también pueden teorizar y ensayar, modelos y relaciones de factores metacognitivos, cognitivos y rendimiento académico, utilizando técnicas del creciente campo de la minería de datos.

Agradecimientos: Programa INVEDUMAT_uni del Instituto de Matemática Interdisciplinaria (IMI) y el Proyecto Europeo SUPERA (European Commission, Call Research H2020 (Contract No.: 787829)). Asimismo, se agradece a los revisores de la revista sus sugerencias de mejora.

Referencias

- Abdi, H. (2010). Partial least squares regression and projection on latent structure regression (PLS Regression). *Wiley interdisciplinary reviews: computational statistics*, 2(1), 97-106. <https://doi.org/10.1002/wics.51>
- Aiken, L. (2003). *Evaluación de la personalidad: Orígenes Aplicaciones y Problemas. Test psicológicos y evaluación*. 11ª ed. Editorial Pearson Educación.
- American Educational Research Association, American Psychological Association, y National Council on Measurement in Education. (2018). *Validez en Estándares para Pruebas Educativas y Psicológicas* (pp. 11–34). American Educational Research Association. <https://doi.org/10.2307/j.ctvr43hg2.5>
- Baldor, A. (2008). *Álgebra de Baldor* (2ª ed.). Patria.
- Baldor, A. (2008). *Aritmética de Baldor* (2ª ed.). Patria.
- Baldor, A. (2009). *Geometría Plana y del Espacio de Baldor* (2ª ed.). Patria.
- Bergsten, C., Engelbrecht, J., y Kägesten, O. (2015). Conceptual or procedural mathematics for engineering students—views of two qualified engineers from two countries. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 46(7), 979–990. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2015.1075615>
- Biza, I., Giraldo, V., Hochmuth, R., Khakbaz, A. S., y Rasmussen, C. (2016). *Research on teaching and learning mathematics at the tertiary level*. Springer Nature. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-41814-8>
- Brown, A. L. (1978). Knowing when, where, and how to remember. A problem of metacognition. En R. Glaser (Ed.), *Advances in instructional psychology* (Vol. 1, pp. 77–165). Erlbaum.
- Caldera-Montes, J. F., Reynoso-González, O. U., Gómez-Covarrubia, N. J., Mora-García, O., y Anaya-González, B. B. (2017). Modelo explicativo y predictivo de respuestas de estrés académico en bachilleres. *Ansiedad y estrés*, 23(1), 20-26. <https://doi.org/10.1016/j.anyes.2017.02.002>
- Carreto, R. R., Jaimes, F. G., Hernández, F. J. A., Rosas, F. S., y Ignacio, O. F. T. (2014). Un modelo empírico para explicar el desempeño académico de estudiantes de bachillerato. *Perfiles Educativos*, 36(146), 45-62. <https://doi.org/10.22201/ii-sue.24486167e.2014.146.46027>
- Cortina, J. M. (1993). What is coefficient alpha? An examination of theory and applications. *Journal of applied psychology*, 78(1), 98. <https://doi.org/10.1037/0021-9010.78.1.98>
- Cowell, R. (1998). Introduction to inference for Bayesian networks. En Jordan, M.I. (Eds.) *In Learning in graphical models* (pp. 9-26). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-011-5014-9_1
- De la Orden, A., Olivero, L., Mafokozi, J. y González, C. (2001). Modelos de investigación del bajo rendimiento. *Revista Complutense de Educación*, 12(1), 159-178.
- Erens, R. y Eichler, A. (2019). Belief changes in the transition from university studies to school practice. En M. Hannula, G. Leder, F. Morselli, M. Vollstedt, & Q. Zhang (Eds.), *Affect and mathematics education* (pp. 345-373). Springer Nature. https://doi.org/10.1007/978-3-030-13761-8_16
- Evans, J. S. B. (2007). *Hypothetical thinking: Dual processes in reasoning and judgement*. London: Taylor & Francis Group Psychology Press.
- Flavell, J. H. (1976). Metacognitive aspects of problem-solving. En L. B. Resnick (Ed.), *The nature of intelligence* (pp. 231–236). Erlbaum.
- Frawley, W. J., Piatetsky-Shapiro, G., y Matheus, C. J. (1992). Knowledge discovery in databases: An overview. *AI magazine*, 13(3), 57-57.
- Fredricks, J., Blumenfeld, P., y Paris, A. (2004). School engagement: potential of the concept, state of the evidence. *Review of Educational Research*, 74(1), 59–109. <https://doi.org/10.3102/00346543074001059>
- Fullana, J. (2008). *La investigació sobre l'èxit i el fracàs escolar des de la perspectiva dels factors de risc. Implicacions per a la recerca i la pràctica educatives*. Tesis Doctoral, Universidad de Girona. <https://www.tesisenred.net/handle/10803/7980>
- Geladi, P., y Kowalski, B. R. (1986). Partial least-squares regression: a tutorial. *Analytica chimica acta*, 185, 1-17. [https://doi.org/10.1016/0003-2670\(86\)80028-9](https://doi.org/10.1016/0003-2670(86)80028-9)
- Gómez-Chacón, I. M., García-Madruga, J. A., Vila, J. Ó., Elosúa, M. R., y Rodríguez, R. (2014). The dual processes hypothesis in mathematics performance: Beliefs, cognitive reflection, working memory and reasoning. *Learning and Individual Differences*, 29, 67-73. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2013.10.001>
- Gómez-Chacón, I. M., Griese, B., Rösken-Winter, B., y González-Guillén, C. (2015). *Engineering students in Spain and Germany—varying and uniform learning strategies*. En K. Krainer; N. Vondrová (Eds), *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2117-2123), Feb 2015, Prague, Czech Republic.
- Gómez-Chacón, I. M., Op't Eynde, P. y De Corte, E. (2006). Creencias de los estudiantes de matemáticas. La influencia del contexto de clase, Enseñanza de las Ciencias. *Revista de investigación y experiencias didácticas*, 24 (3), 309-324. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.3784>
- Gómez-Chacón, I.M., Hochmuth, R., Jaworski, B., Rebenda, J., Ruge, J., Thomas, S. (Eds) (2021). *Inquiry in University Mathematics Teaching and Learning: The Platinum Project*. Brno: MUNI, Masaryk University Editor. <https://doi.org/10.5817/CZ.MUNI.M210-9983-2021>
- Green, T. (1971). *The activities of teaching*. McGraw-Hill.
- Griese, B., Glasmachers, E., Härterich, J., Kallweit, M., y Roesken, B. (2011). Engineering students and their learning of mathematics. En B. Roesken y M. Casper (Eds.), *Current State of Research on Mathematical Beliefs. XVII Proceedings of the MAVI-17 Conference Sept. 17 - 20*, (pp. 85-96). Professional School of Education, Ruhr-Universität Bochum.
- Juste, R. P. (2009). *Estadística aplicada a la educación*. Prentice Hall.
- Kouvela, E., Hernandez-Martinez, P., y Croft, T. (2018). "This is what you need to be learning": an analysis of messages received by first-year mathematics students during their transition to university. *Mathematics Education Research Journal*, 30, 165–183.
- Leder, G., Pehkonen, E., y Törner, G. (Eds.). (2002). *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* Kluwer Academic Publishers. <https://doi.org/10.1007/0-306-47958-3>
- Mello Román, J. D., y Giménez Amarilla, S. (2020). Una perspectiva de la educación Matemática en Paraguay. Contribuciones desde la Universidad Nacional de Concepción. *Revista Paraguaya de Educación*, 9(1).
- Mello Román, J. D., y Hernández Estrada, A. (2019). Un estudio sobre el rendimiento académico en Matemáticas. *Revista electrónica de investigación educativa*, 21. <https://doi.org/10.24320/redie.2019.21.e29.2090>
- Mello-Román, J. D., y Hernández, A. (2020). KPLS optimization with nature-inspired metaheuristic algorithms. *IEEE Access*, 8, 157482-157492. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.3019771>
- Nisbet, R., Miner, G. D., y Yale, K. (2017). *Handbook of Statistical Analysis and Data Mining Applications*. Elsevier.
- Op't Eynde, P., De Corte, E., y Verschaffel, L. (2002). Framing students' mathematics-related beliefs: A quest for conceptual

- clarity and a comprehensive categorization. En G. C. Leder, E. Pehkonen y G. Törner (Eds.), *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* (pp. 13–38). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. https://doi.org/10.1007/0-306-47958-3_2
- Pedersen, I.F. y Haavold, P.O. (2022). *Developing and validating survey instruments for assessing beliefs and motivation in mathematics*, En J. Hodgen, et.al. (Eds), *Proceedings of the Twelve Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Bolzano, Italy.
- Pepin, B., y Rösken-Winter, B. (Eds) (2015). *From beliefs and affect to dynamic systems: (exploring) a mosaic of relationships and interactions*. Serie Advances in Mathematics Education. Springer.
- Philipp, R. (2007). Mathematics teachers' beliefs and affect. En F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 257–315). Information Age.
- Pintrich, P., y De Groot, E. (1990). Motivational and self-regulated learning components of classroom academic performance. *Journal of Educational Psychology*, 81(1), 33–40. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.82.1.33>
- Puga, J. L. (2012). Cómo construir y validar Redes bayesianas con netica. *Rema*, 17(1), 1-17.
- Rodríguez Garcés, C., y Jarpa Arriagada, C. G. (2015). Capacidad predictiva de las notas en enseñanza media sobre el rendimiento en pruebas de selección universitaria: el caso chileno. *Aula Abierta*, 43(02), 61–68. <https://doi.org/10.17811/rifie.43.02.2015.61-68>
- Rodríguez, J. R., y Alvarez, M. R. (2020). Calcular la fiabilidad de un cuestionario o escala mediante el SPSS: el coeficiente alfa de Cronbach. *REIRE: revista d'innovació i recerca en educació*, 13(2), 8. <https://doi.org/10.1344/reire2020.13.230048>
- Rodríguez-Muñiz, L.J., Ferretti F., y Andrà, C. (en prensa), Mathematical Views. *Proceedings of the 28th International Conference on Mathematical Views (MAVI28)*, 20-23 September. Universidad de Oviedo.
- Roesken, B., Hannula, M. S., y Pehkonen, E. (2011). Dimensions of students' views of themselves as learners of mathematics. *ZDM*, 43(4), 497–506. <https://doi.org/10.1007/s11858-011-0315-8>
- Román, J. D. M. (2017). El enfoque de competencias en el currículo de Matemáticas de la Educación Media. La perspectiva docente sobre su implementación. *Revista Internacional de Investigación en Ciencias Sociales*, 13(1), 14-24. <https://doi.org/10.18004/riics.2017.julio.14-24>
- Schneider, M., y Preckel, F. (2017). Variables associated with achievement in higher education: A systematic review of meta-analyses. *Psychological Bulletin*, 143(6), 565–600. <https://doi.org/10.1037/bul0000098>
- Smail, L. (2011). Uniqueness of the level two bayesian network representing a probability distribution. *International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences*, 2011. <https://doi.org/10.1155/2011/845398>
- Smail, L. (2017). Using Bayesian Networks to Understand Relationships among Math Anxiety, Genders, Personality Types, and Study Habits at a University in Jordan. *Journal on Mathematics Education*, 8(1), 17-34. <https://doi.org/10.22342/jme.8.1.3405.17-34>
- Soares, A. P., Guisande, M. A., Diniz, A., y Almeida, L. S. (2006). Construcción y validación de un modelo multidimensional de ajuste de los jóvenes al contexto universitario. *Psicothema*, 18(2), 249–255.
- Steinmayr, R., Meißner, A., Weidinger, A. F., y Wirthwein, L. (2014). *Academic achievement*. Oxford Bibliographies. <https://doi.org/10.1093/OBO/9780199756810-0108>
- Sturmey, P., Newton, J. T., Cowley, A., Bouras, N., y Holt, G. (2005). The PAS–ADD Checklist: independent replication of its psychometric properties in a community sample. *The British Journal of Psychiatry*, 186(4), 319-323.
- Tomás-Miquel, J. V., Expósito-Langa, M., y Sempere-Castelló, S. (2014). Determinantes del rendimiento académico en los estudiantes de grado. Un estudio en administración y dirección de empresas. *Revista de investigación educativa*, 32(2), 379-392. <https://doi.org/10.6018/rie.32.2.177581>
- Tossavainen, T., Rensaa, R. J., y Johansson, M. (2019). Swedish first-year engineering students' views of mathematics, self-efficacy and motivation and their effect on task performance. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1–16. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2019.1656827>
- Zakariya, Y. F., Nilsen, H.K., Goodchild, S., y Bjørkestøl, K. (2020). Self-efficacy and approaches to learning mathematics among engineering students: empirical evidence for potential causal relations, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1783006>