EL DIBUJO VISTO DESDE LA GEOMETRIA PROYECTIVA

J. L. López Salas

Todas las galaxias se alejan entre sí con velocidades proporcinales a su distancia (ley de Huble).

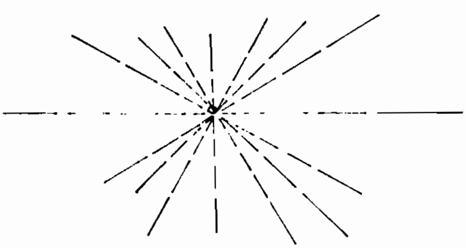
Los objetos celestes se alejan unos de otros desde hace quince mil millones de años en que se produjo la explosión inicial, el famoso Big Bang.

Se ha hablado de universos oscilantes que se dilatarían y contraerían.

El universo comenzó con un radio muy reducido, hallándose en continua expansión (Lemaitre).

La explicación de este fenómeno es que el universo se dilata. Sobre esto se han edificado teorías diversas basadas en los principios de la relatividad.

Según otra teoría, el universo estaría originado en la explosión de un punto. Las diversas partículas se expanderían de una manera radial. No irían en una dirección determinada, sino en todas las direcciones. Sin embargo, dos direcciones que vienen del infinito se nos aparecen como paralelas (Fig. 01).



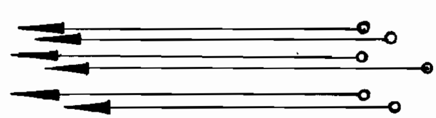


Fig. 01

De confirmarse la teoría de la contracción, a su vez el universo podría volver a contraerse en un punto. ¿Qué dimensiones tendría ese punto? ¿Quién y con qué órgano podría medirlo?

Geométricamente hablando, un punto no tiene dimensiones. Es un ente geométrico. Un concepto. El cruce de dos direcciones. Pero el hablar de dirección implica dos puntos, es decir, la línea. Otro ente geométrico. Otro concepto. Para situar los puntos, las líneas, las direcciones, necesitamos un plano de referencia, concepto superior que necesita de tres puntos para definirse. El plano también es conceptual, es otra abstracción geométrica. Realmente, no es un ente físico; al igual que el punto o la línea, no se pueden tocar ni coger. El plano es un elemento inseparable de los cuerpos. Un cuerpo se determina por cuatro puntos cuando menos.

Como hemos dicho, la explicación de un elemento geométrico a partir del más simple, el punto, necesita auxiliarse del elemento inmediatamente superior, la línea, y ésta, del inmediato superior, el plano, y éste, del inmediato superior, el cuerpo.

Se puede explicar la línea como el recorrido de un punto en movimiento. El punto *P* sufre un empuje *E*. Si las fuerzas envolventes son iguales, se produce la línea recta (Fig. 02).

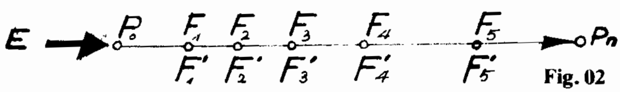
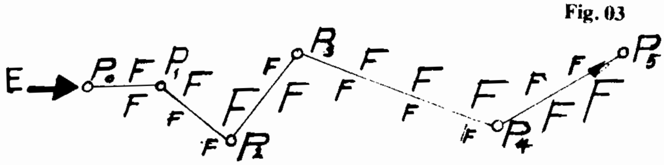


Fig. 02

Si predomina una de las fuerzas laterales bruscamente, se produce la línea quebrada (Fig. 03).

Fig. 03



Si el cambio se produce progresivamente, se produce la línea curva, libre o de generación conocida (Fig. 04) y ondulada (Fig. 05).

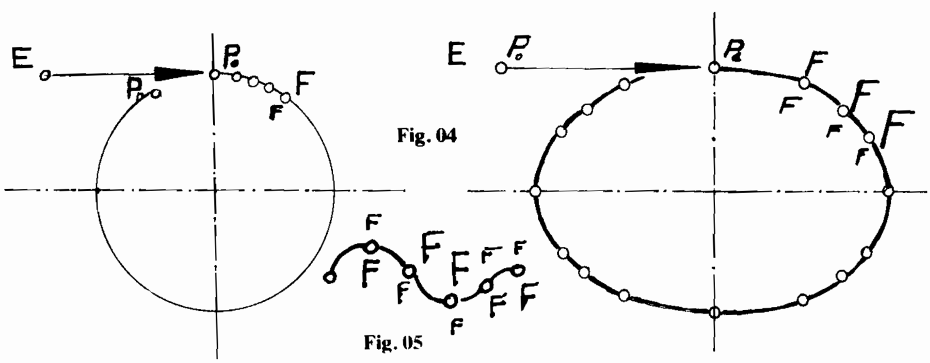


Fig. 04

Fig. 05

Todos los puntos del universo pueden penetrar en nosotros a través de otro punto, el punto de vista (Fig. 06).

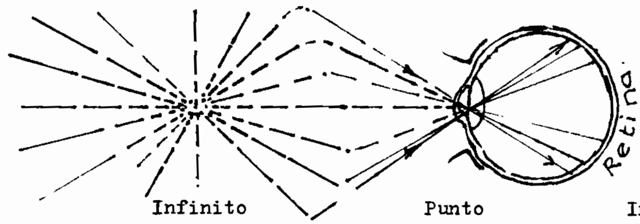


Fig. 06

La representación del universo, de la naturaleza, se ha efectuado hasta ahora por medio del DIBUJO, sobre un plano, simulando formas, color y volumen. Actualmente se «dibuja» en tres dimensiones, por medios electrónicos o el rayo laser. Sin embargo, pasará tiempo hasta que estos medios sean de uso corriente y no desplazarán del todo al dibujo tradicional, que subsistirá como el cinematógrafo con la TV, o el teatro con el cinematógrafo, etcétera.

El término «dibujo» no abarca totalmente la representación gráfica actual. Expresión plástica expresa mejor lo que tradicionalmente se entendía por dibujo.

La expresión plástica es a su vez entendida actualmente como un auténtico «lenguaje visual» (Bibliografía G. Kepes) o «lenguaje de la imagen», porque expresa con imágenes lo que ve o lo que crea.

La base del lenguaje de las imágenes, el alfabeto visual, es la geometría.

Sonido : Punto
Sílaba : Línea
Palabra : Forma
Oración : Composición (1)

La GEOMETRIA es la ciencia que se ocupa del estudio del conjunto de puntos, líneas, superficies y porciones finitas del espacio.

Para su estudio elemental se divide en:

a) GEOMETRIA PLANA
b) GEOMETRIA DEL ESPACIO
c) GEOMETRIA METRICA
d) GEOMETRIA ANALITICA
e) GEOMETRIA DESCRIPTIVA
f) GEOMETRIA PROYECTIVA

Según que las figuras tengan todos sus elementos en el plano a) o no b).

Según se trate de la determinación de segmentos, ángulos, superficies o volúmenes, es decir, sus medidas c).

Si el estudio se hace mediante el auxilio del Algebra d).

Si se trata de la representación en un plano de las figuras del espacio e).

Si se trata de las formas de las figuras en el espacio f).

Todas estas geometrías tienen su aplicación en el dibujo, o en ciertas especialidades del dibujo. En términos generales, creemos que la que mejor explica el dibujo en general es la geometría proyectiva (2).

DIBUJO

CONCEPTO: Representación gráfica de lo visual, de las imágenes.

DEFINICION: Huella dejada por un instrumento gráfico sobre una superficie soporte.

Para representar algo, esto, primero debe existir, universo o naturaleza, necesitamos de un órgano adecuado para percibirlo (órgano visual, ojo), un cerebro que lo interprete, lo asimile y sea capaz de reproducirlo a través de:

1) Nuestros cuerpos, brazos, manos.
2) Instrumentos gráficos: a) los propios dedos arañando las superficies blandas.
b) palillos, plumas, pinceles, carbones, carboncillos, buriles.
c) lapiceros de plomo, grafito, compuesto.
d) óleo, acuarela, paste, cera, temple, etc.
e) luz, cámaras fotográficas, TV, videos.
f) personas, objetos.

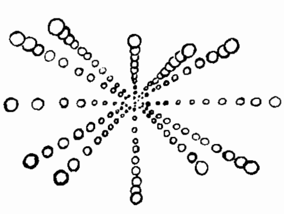
3) Soportes: a) Paredes
b) Tablas
c) Lienzos
d) Papeles, cartulinas, cartones
e) Película
f) Cinta magnética
g) Escenarios, ambientes

FORMAS GEOMETRICAS

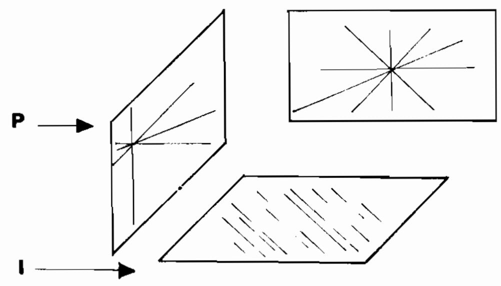
De 1.ª categoría

Son las constituidas por elementos de una sola clase, o puntos, o rectas, o planos.

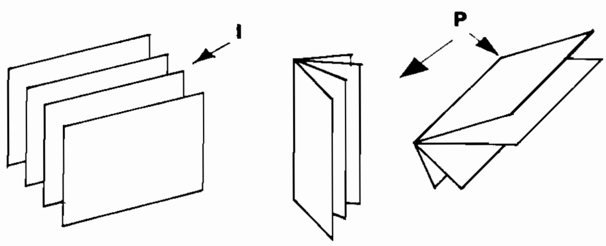
I. I. Conjunto de puntos alineados en rectas: SERIES RECTILINEAS.



I.2. Conjunto de rectas de planos que pasan por su vértice propio o impropio: HACES DE RECTAS.



I.3. Conjunto de planos que pasan por aristas propias o impropias: HACES DE PLANOS.

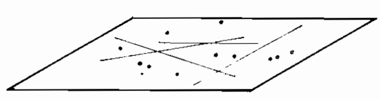


De 2.ª categoría

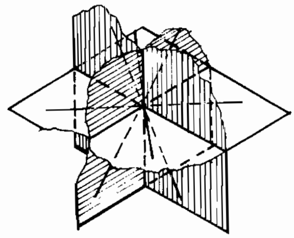
Formadas por elementos de dos clases:

Puntos y rectas (sobre un plano).
Rectas y planos (que pasan por un punto).

II.1. Conjunto de puntos y rectas de los planos: FORMAS PLANAS.

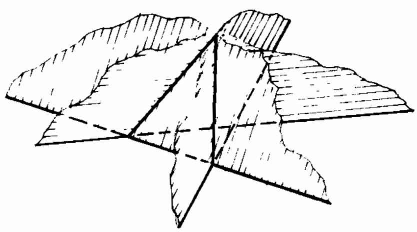


II.2. Conjunto de rectas y planos que pasan por sus vértices: RADIACIONES.



De 3.ª categoría

Conjunto de todos los elementos del espacio: ESPACIO.



Existe actualmente una tendencia entre algunos profesionales de la enseñanza del Dibujo a entender éste partiendo de la geometría proyectiva.

Intentaremos desarrollar un método de aprendizaje a través de la misma.

Los elementos imprescidibles para la expresión plástica son:

1) El objeto de representación *A*.
2) El punto de observación *V*.
3) El plano de representación *P*.
4) El objeto representado *a*.
5) Recta proyectante *VaA* (Fig. 1).

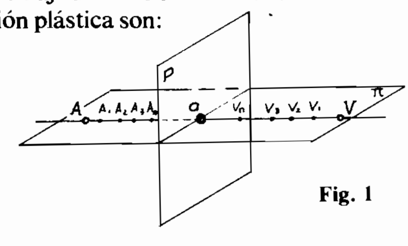


Fig. 1

Dibujar es proyectar un punto *A* en el espacio sobre un plano de proyección *P* mediante una recta proyectante *VA*.

Si las rectas proyectantes parten de un punto determinado *V*, se denomina proyección cónica; si parten del infinito, cilíndrica.

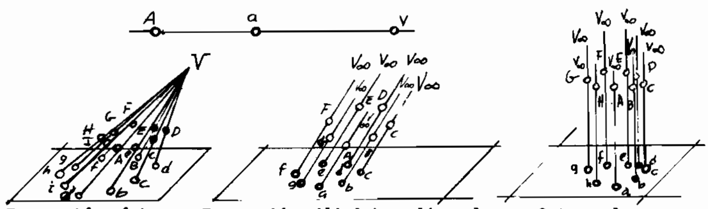
La saturación de rectas proyectantes es la que genera espacios cónicos o cilíndricos (Fig. 2).

El intentar la representación de un simple punto conlleva la necesidad de la recta, elemento superior.

V y *A*, uno u otro o ambos a la vez, al ponerse el uno y otro en dirección del otro, V_1, V_2, V_3, V_n, A_1, A_2, A_3, A_n, se encuentran en *a*, solución de la proyección, dando lugar las distintas posiciones a la recta *VA* (la recta proyectante se supone que viene del infinito antes de pasar por *V* y va al infinito después de pasar por *A*.

El plano π y los elementos en él contenidos *VaA* conforman una homografía, correspondencia entre dos figuras planas que se relacionan mediante proyección (Fig. 2).

Fig. 2



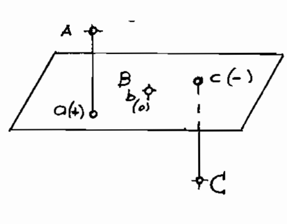
Proyección cónica. Proyección cilíndrica cligonal , Ortogonal.

Mediante el sistema de proyecciones podemos representar la forma de una manera objetiva.

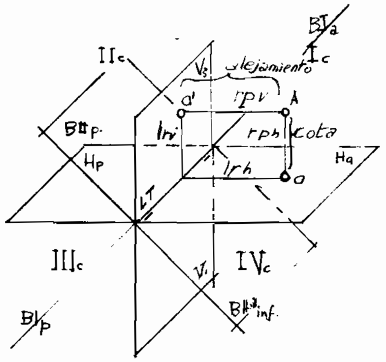
Sistemas de representación objetiva de la forma:

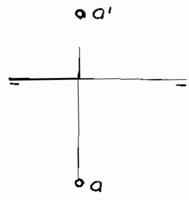
I. PLANOS ACOTADOS. Sistema de proyección cilíndrica ortogonal.

P Plano horizontal de proyección.
A Punto de cota positiva.
B Punto de cota cero.
C Punto de cota negativa.



II. SISTEMA DIEDRICO. S. de proyección cilíndrica ortogonal.

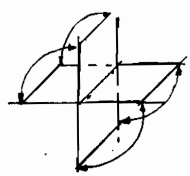




Representación en el espacio

H Plano horizontal de proyección.
V Plano vertical de proyección.
LT Línea de tierra, intersección de los planos *H* y *V*, que forman un ángulo diedro recto. *H* y *V* son perpediculares por tanto..
A Punto, elemento a representar.
a Proyección horizontal.
a' ·Proyección vertical.
*A*a Recta proyectante horizontal.
Aa La distancia de estos puntos es denominada cota.
Aa' Recta proyectante vertical.
Aa' La distancia entre estos puntos es denominada alejamiento.
aLT Línea de referencia horizontal.
a'LT Línea de referencia vertical.
Ic Primer cuadrante determinado por *H* y *V*.
IIc Segundo cuadrante determinado por *H* y *V*.
IIIc Tercer cuadrante determinado por *H* y *V*.
IVc Cuarto cuadrante determinado por *H* y *V*.
BI Primer bisector; divide en dos partes iguales al primer y tercer cuadrantes; equidista de *H* y *V*.; *BIa*, anterior; *BIp*, posterior.
BII Segundo bisector; divide en dos partes iguales al segundo y cuarto cuadrantes y equidista de los planos *H* y *V*; *BIIp*, superior; *BII*, inferior.

El sistema diédrico se caracteriza por la utilización de las proyecciones únicamente, por lo que es necesario abatir el plano *H* sobre *V* o viceversa, con lo que se identifican el plano horizontal posterior (por detrás del plano *V*) con el vertical superior (por encima de *H*), y el vertical inferior (por debajo del *H*), con el horizontal anterior (por delante de *V*).



La representación de dos puntos, determinando un segmento, *AB*, efectuada con dos visuales *VA*, *VB*, crea a su vez un elemento superior, un plano en el espacio, *VAB*. La serie de segmentos infinitos $V_{b1}, V_{a1}, V_{B1}, V_{A1}, C, C_1, C_2$ *que unen puntos de* *VA*, *VB*, *AB*, *ab* conforman el plano *VAB* (Fig. 3).

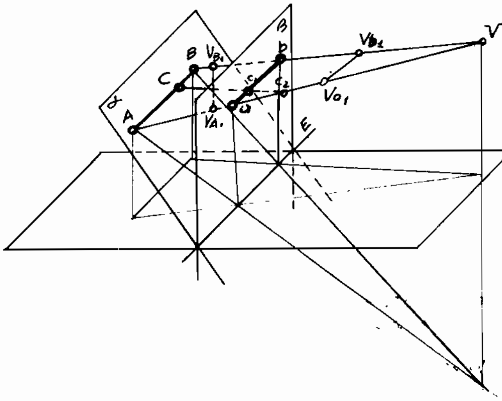


Fig.3

Dos figuras planas *AB*, *ab*, secciones de los planos α y β, cuya intersección es *E* (eje), de una misma radiación, son homológicas.

Una homología está determinada por el centro *V*, el eje *E* y dos puntos *A* y *a* homólogos.

Si α, β, son paralelos, *E* no aparece, se encuentra en el infinito, y *AB* y *ab* son homotéticos (Fig. 4).

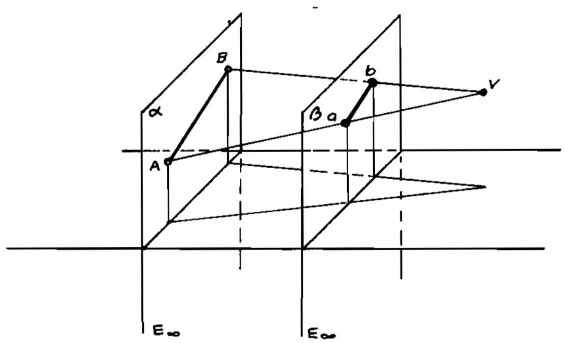
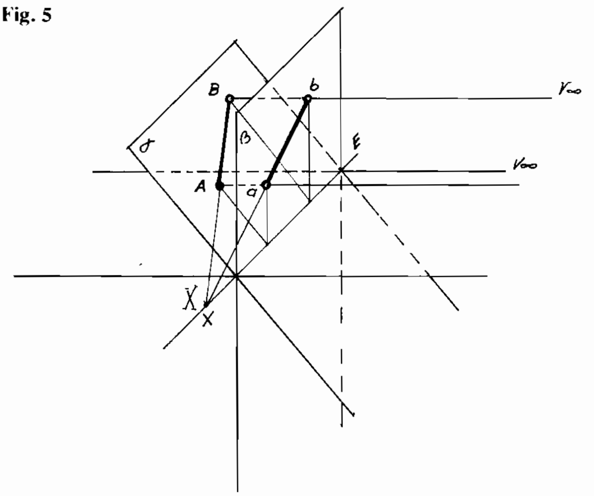


Fig. 4

La relación *VA Va* es constante e igual a *VB Vb*.

Si V se halla en el infinito y α y β se encuentran en E, AB ab son afines (Figs. 5 y 6).

Fig. 5



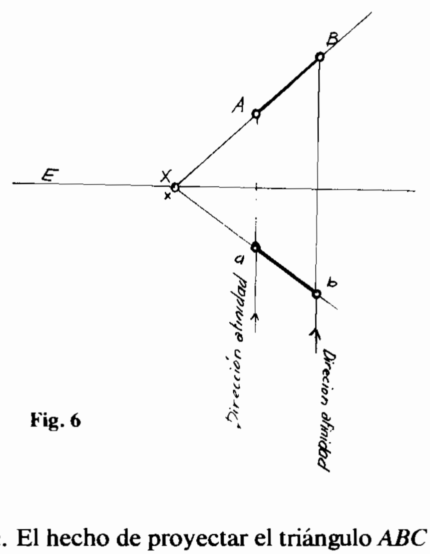


Fig. 6

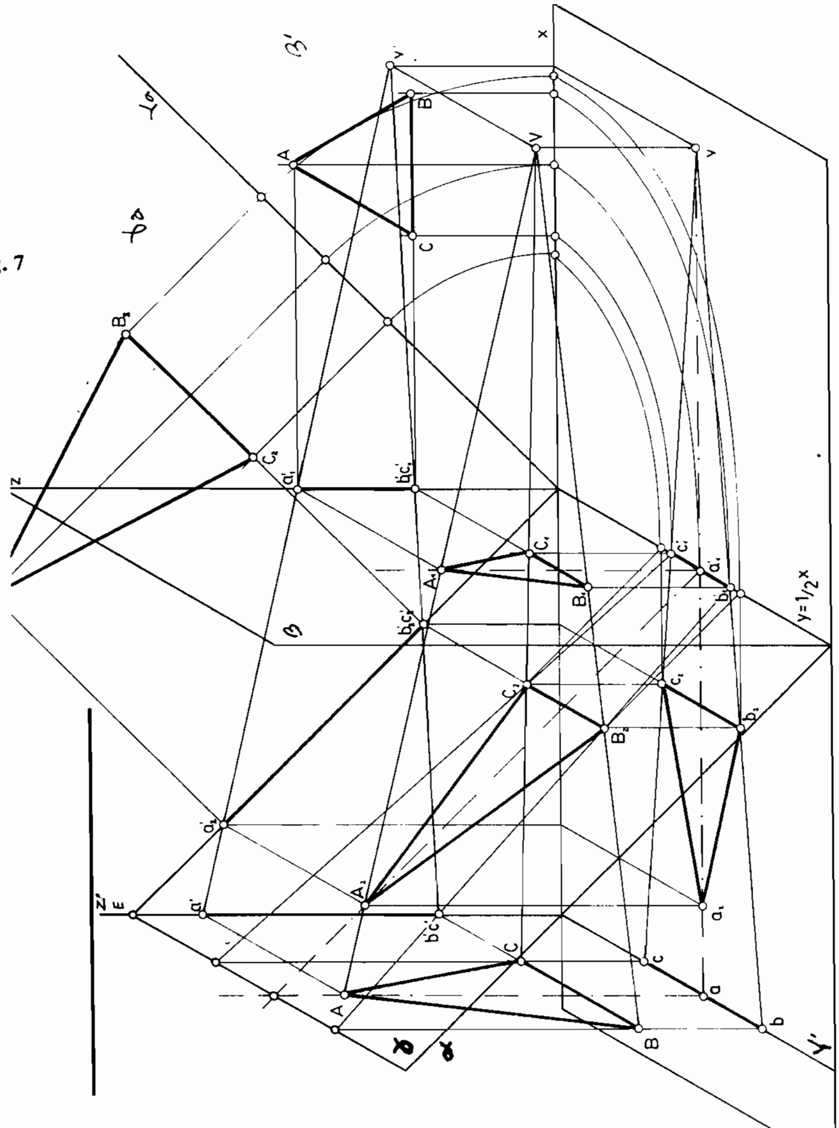
Tres puntos ABC determinan un plano α. El hecho de proyectar el triángulo ABC desde V sobre otro plano da lugar a la creación de un elemento superior, el espacio $VABC$ piramidal.

La circunstancia de una equidistancia entre los puntos ABC en el plano α es la que determina la configuración regular del plano y da lugar al triángulo equilátero (Fig. 7).

Si interceptamos las visuales con un plano paralelo β, obtenemos un triángulo homotético, semejante y equilátero también $A_1B_1C_1$ (Fig. 7).

La sección de las visuales por un plano γ, en posición tal que su intersección E con α sea paralela a un lado del trángulo, determina la proyección $A_2B_2C_2$, triángulo en este caso isósceles (Fig. 7).

Fig. 7



La sección de las visuales por un plano cuya intersección E con el plano de ABC es oblicua a los lados del triángulo determina la proyección $A_3B_3C_3$ de un triángulo escaleno (Fig. 8). (Perspectiva caballera.)

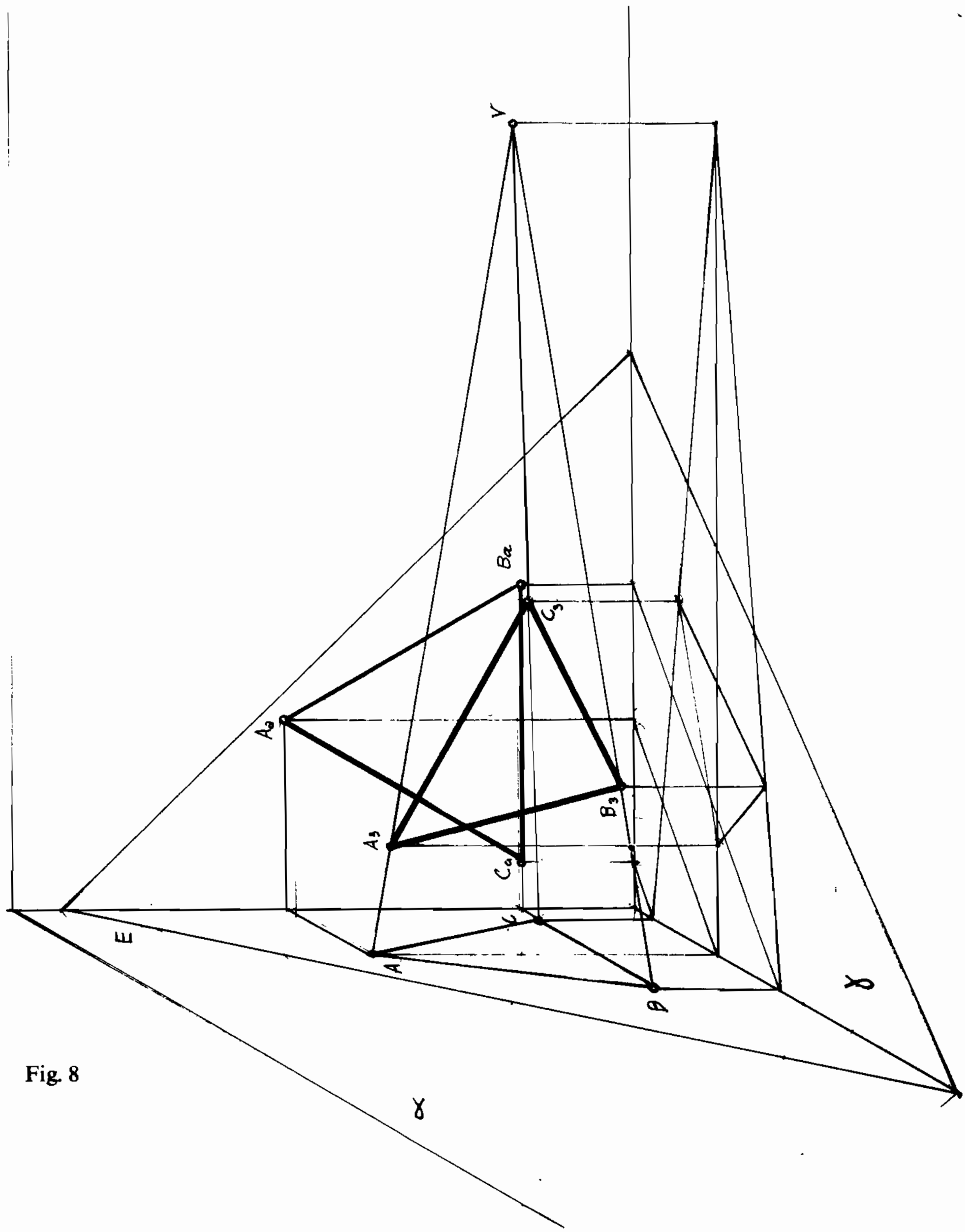


Fig. 8

Tres puntos en el espacio, cualquiera que sea su posición y distancia, pueden ser proyectados de tal forma que nos proporcionen un triángulo regular; ello depende de la situación del punto de vista y el plano de proyección (Fig. 9a), equilátero (Fig. 10a), isósceles; incluso el tamaño, dimensión D_1, D_2 de su lado puede variar dependiendo de la situación del eje *E* por ejemplo (Fig. 9a).

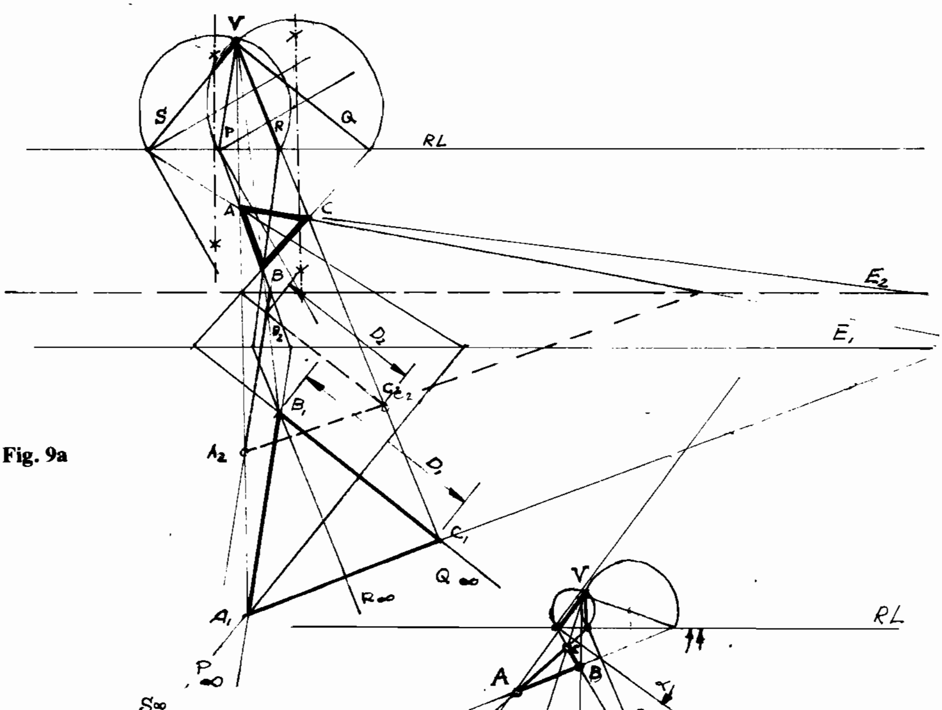


Fig. 9a

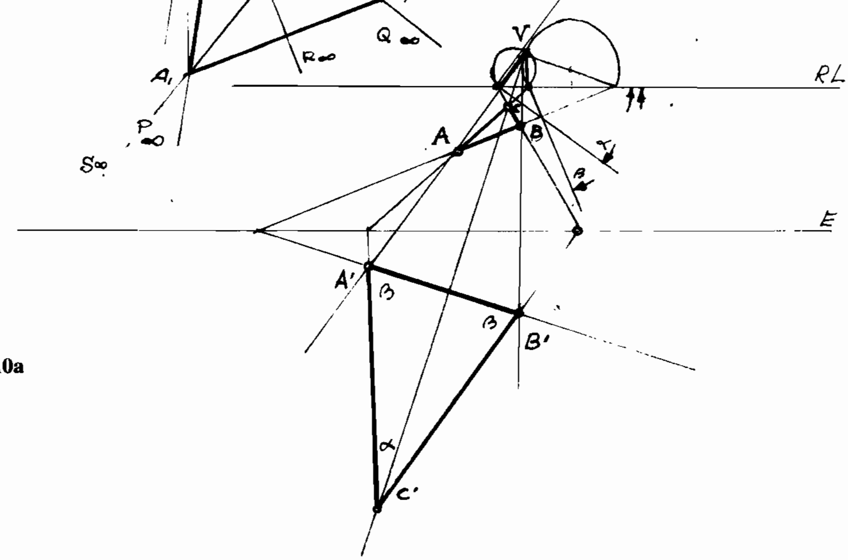


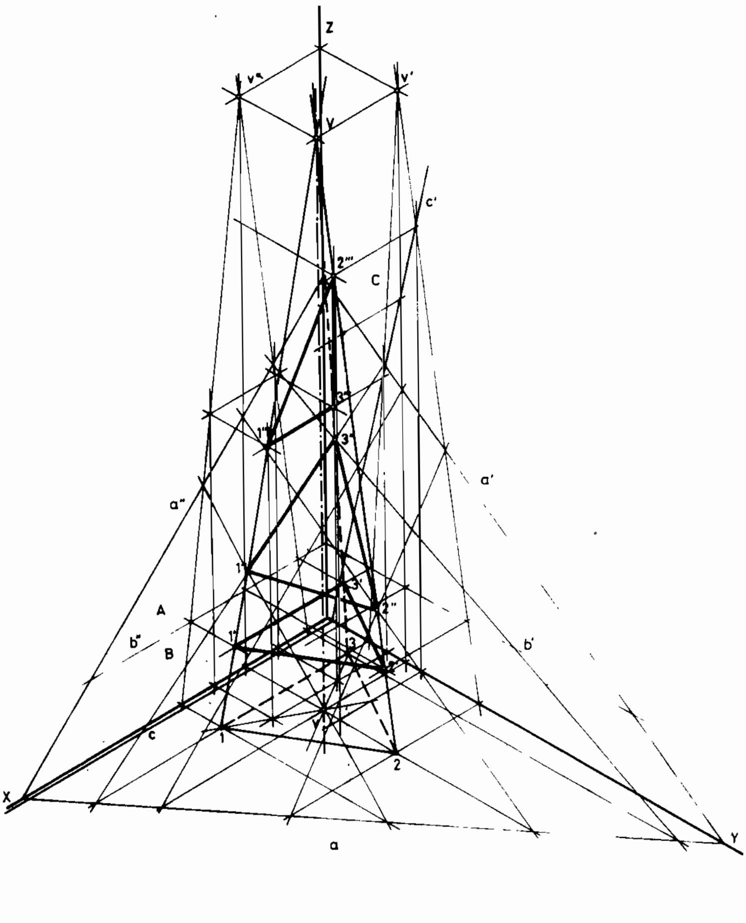
Fig. 10a

RL lugar de encuentro de *PQRS* con *P.Q.R.S.*

V intersección de los arcos capaces de 60º que abarcan *PQ* y *RS*.

En la figura 9b contemplamos, en perspectiva isométrica, desde un punto *V* el triángulo formado por los puntos 1, 2, 3, situados en el plano horizontal *HY*; la intersección de las visuales a estos puntos por un plano *A* —representado por sus trazas *a*, con el plano *XY* horizontal, *a'* con el plano vertical *ZY* y *a''* con el plano vertical *ZX*— oblicuo a los planos de proyección isométricos*ZXY*, triedro trirrectángulo, nos determina un triángulo escaleno 1',2',3'; la intersección de estas visuales con un plano *C* —perpendicular a un plano, *ZY*, y oblicuo a otro *XY*— determina un triángulo isósceles 1'',2'',3''; por último, la intersección con un plano paralelo al horizontal *XY*, el *B* —representado por sus trazas *b'* con el plano vertical *ZY* y *b''* con el *ZX*— determina un triángulo equilátero 1`,2`,3`.

Fig. 9b



Insistimos una vez más en cómo las formas regulares son circunstanciales y dependen del plano de proyección o del punto de vista.

El problema del dibujo, de la representación objetiva. es un problema de geometría proyectiva.

Cuando pretendemos dibujar las formas tal como las vemos debemos recurrir a la geometría proyectiva.

Analicemos una forma cuadrada *ABCD* (Fig. 10b) vista desde el punto *V* (punto de vista del observador). Desde *V* lanzamos visuales a los puntos *ABCD*, fundamentales para determinar la forma cuadrada, que lo es por estar situada en un plano perpendicular a la visual principal (perpendicular) a dicho plano α.

Si interceptamos las visuales por un plano paralelo al anterior, obtenemos una figura homológica con un eje E de intersección de estos planos paralelos lógicamente en el infinito. Un plano posterior nos daría una forma cuadrada homológica, proporcional mayor. Un plano anterior α' nos daría una forma cuadrada homológica proporcional menor A_1,B_1,C_1,D_1.

Un plano β de intersección *U'* paralela a un lado del cuadrado nos determina una intersección con las visuales A_2,B_2,C_2,D_2, cuya forma es un trapecio isósceles invertido. Los lados A_2,B_2 y D_2,C_2 son convergentes en v_1,V_1; v y v_1 se encuentran en un plano paralelo al original de proyección α.

Al estar representado todo el trazado de perspectiva cónica en caballera, la verdadera forma del cuadrado A_1,B_1,C_1,D_1, la obtenemos por abatimiento con un giro en el que tenemos en cuenta el porcentaje de reducción, en A_a,B_a,C_a,D_a sobre el plano γ perpendicular al α'.

La verdadera magnitud del trapecio A_2,B_2,C_2,D_2 la obtenemos por abatimiento de β en β_a sobre γ, dándonos $A_a',B_a',C_a','D_a'$.

La proyección horizontal de A_2,B_2,C_2,D_2 nos determina un trapecio isósceles menor a_2,b_2,c_2,d_2. Los lados de a_2,b_2 y d_2,c_2 convergen en v, proyección horizontal del punto de vista *V*.

La figura 10c nos permite observar cómo el cuadriátero irregular ABCD aparece como un cuadrado en A',B',C',D', contemplado desde C.H. (centro de homología). Bastaría con acercar este centro o con alejar el eje, como en el caso de la figura que nos ocupa, eje' para contemplar no solamente un cuadrado, sino un cuadrado de unas dimensiones preestablecidas.

Cualquier forma poligonal regular ofrecerá formas irregulares si variamos el punto de vista o el plano de proyección.

Cualquier polígono irregular (Fig. 11) (homología) puede proyectarse situando el centro de homología (punto de vista del observador) y el plano de proyección adecuadamente, de tal forma que la veamos como regular, en este caso un pentágono.

Se resuelve mediante el establecimiento de lugares geométricos, arcos capaces de 108° grados, ángulo que forman los lados del pentágono regular.

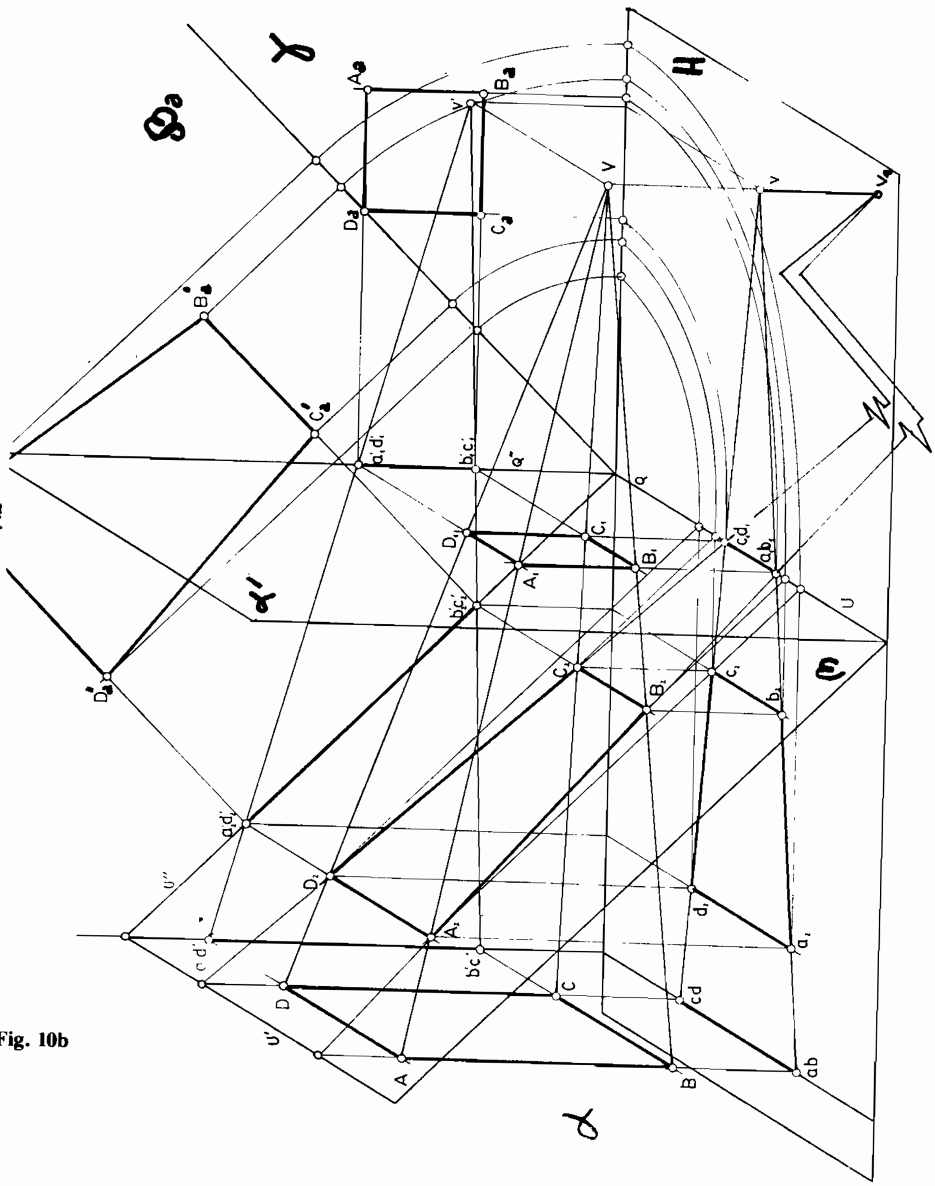


Fig. 10b

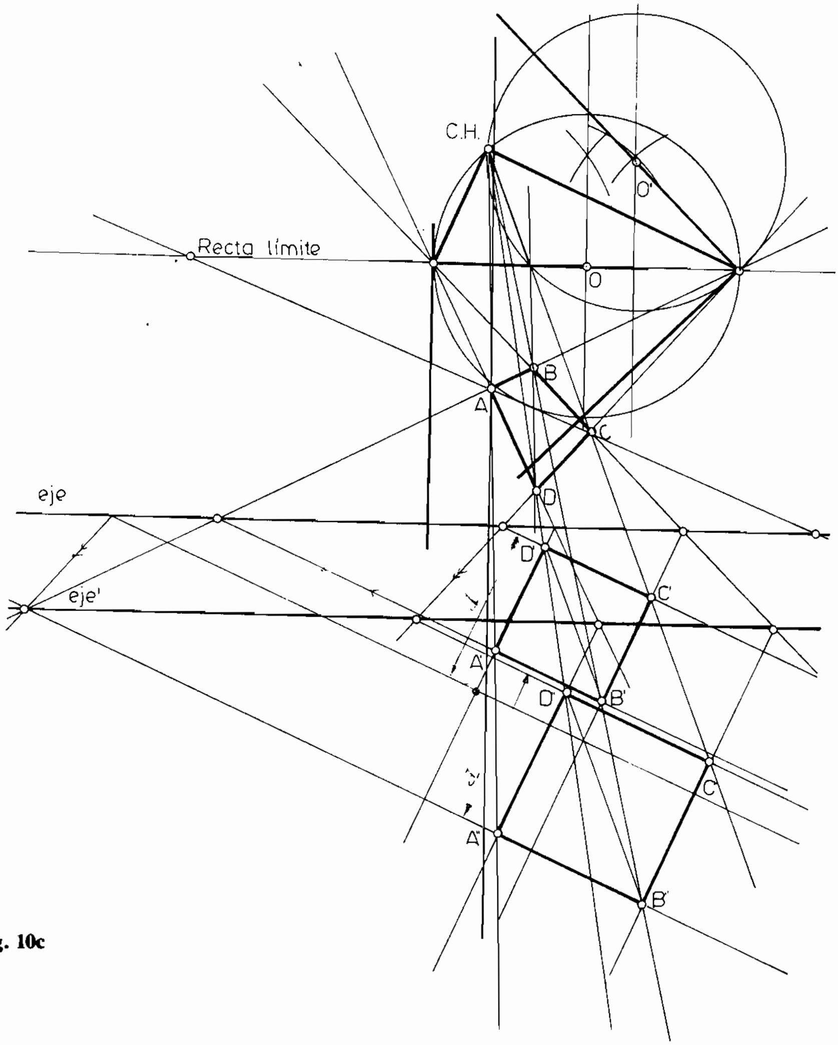
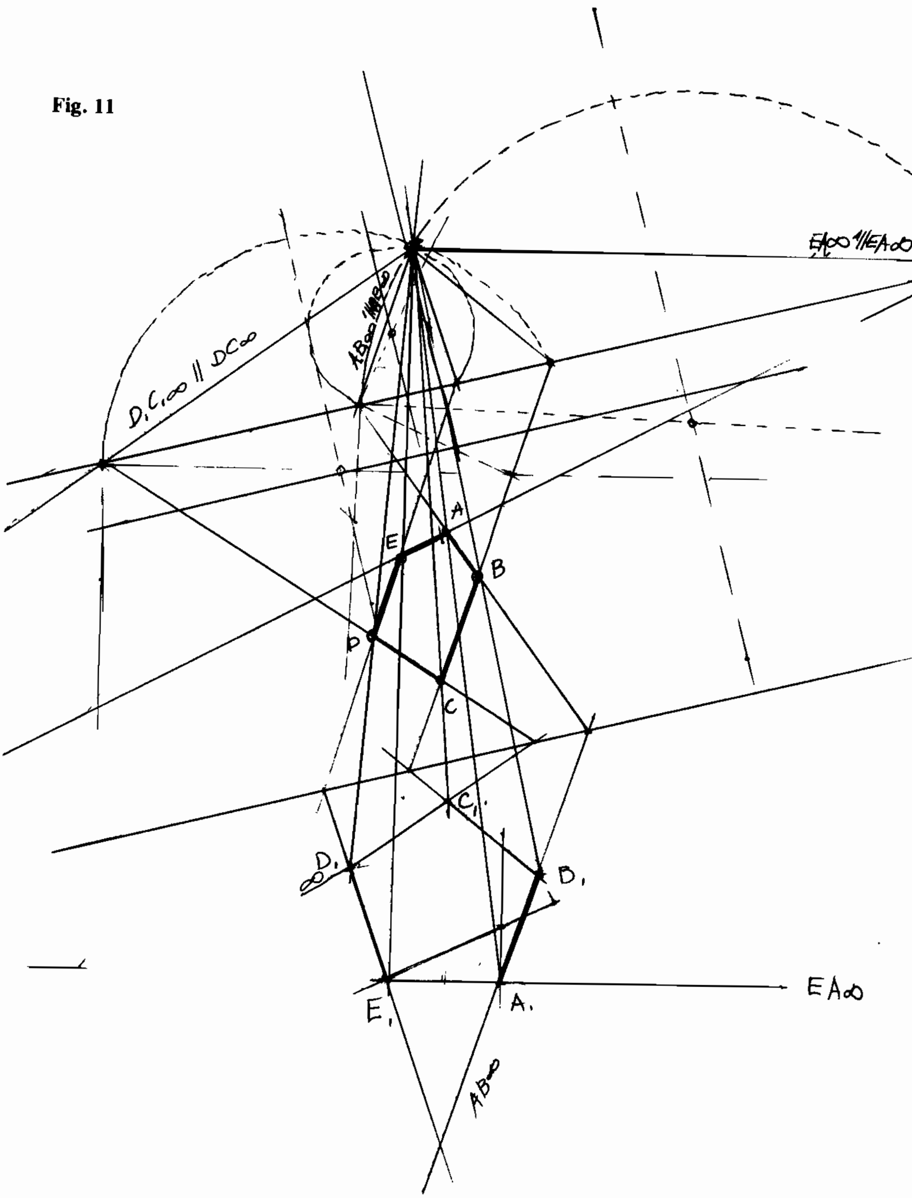


Fig. 10c

Fig. 11



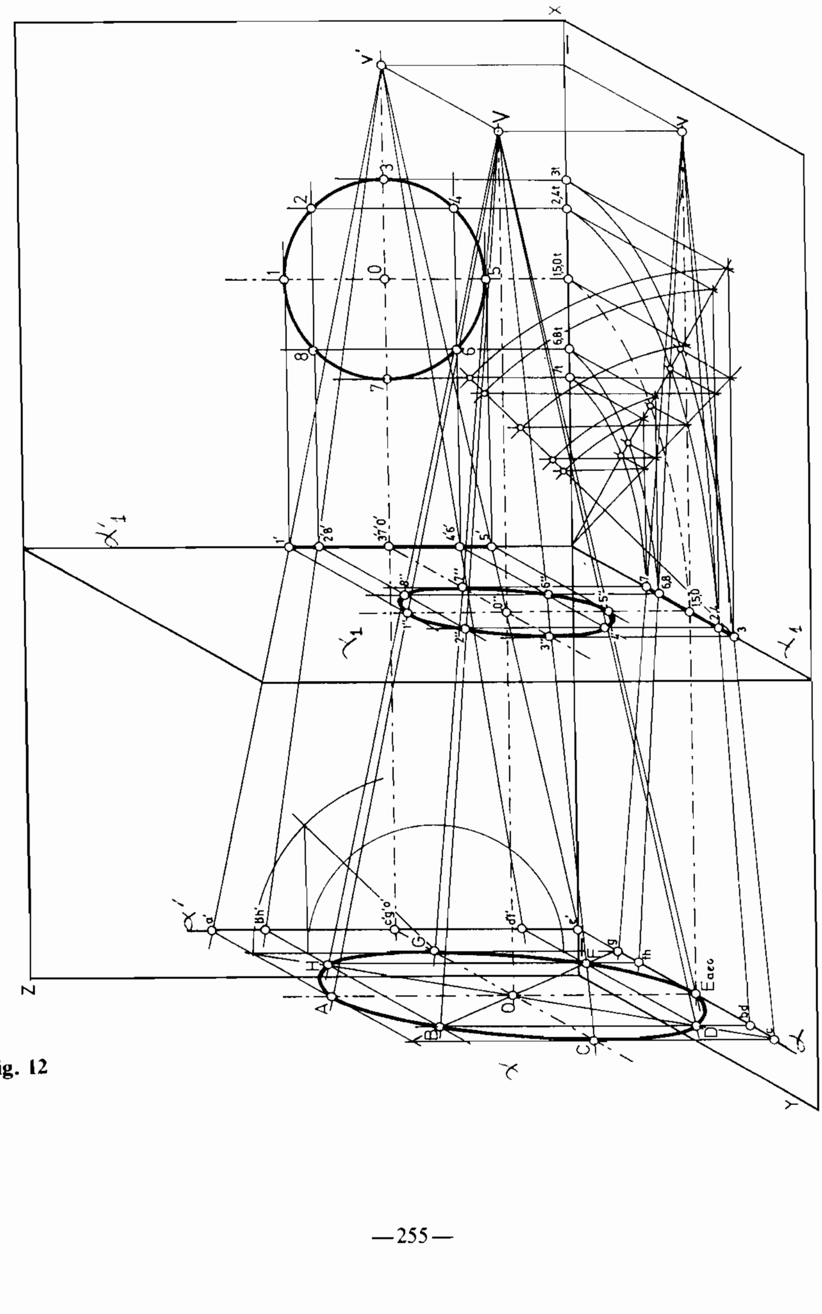


Fig. 12

Fig. 13

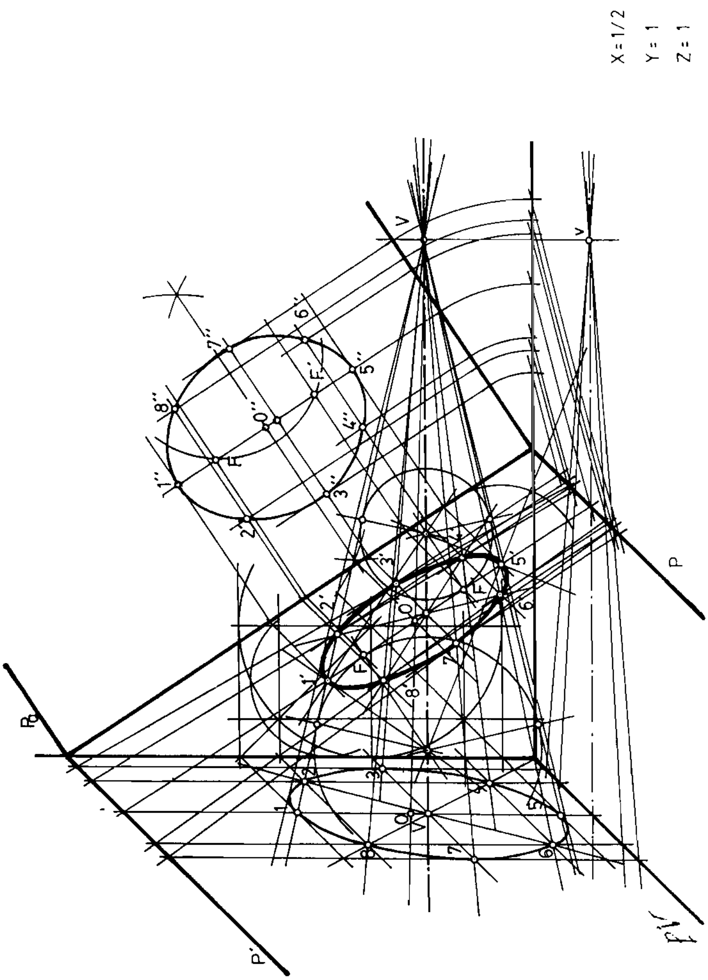
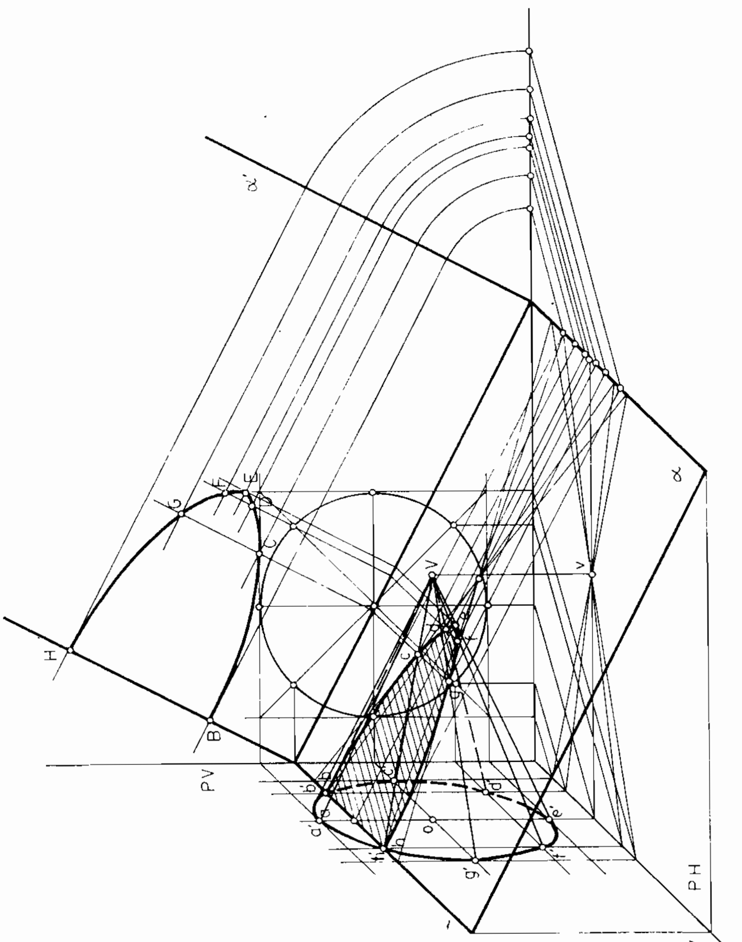


Fig. 14



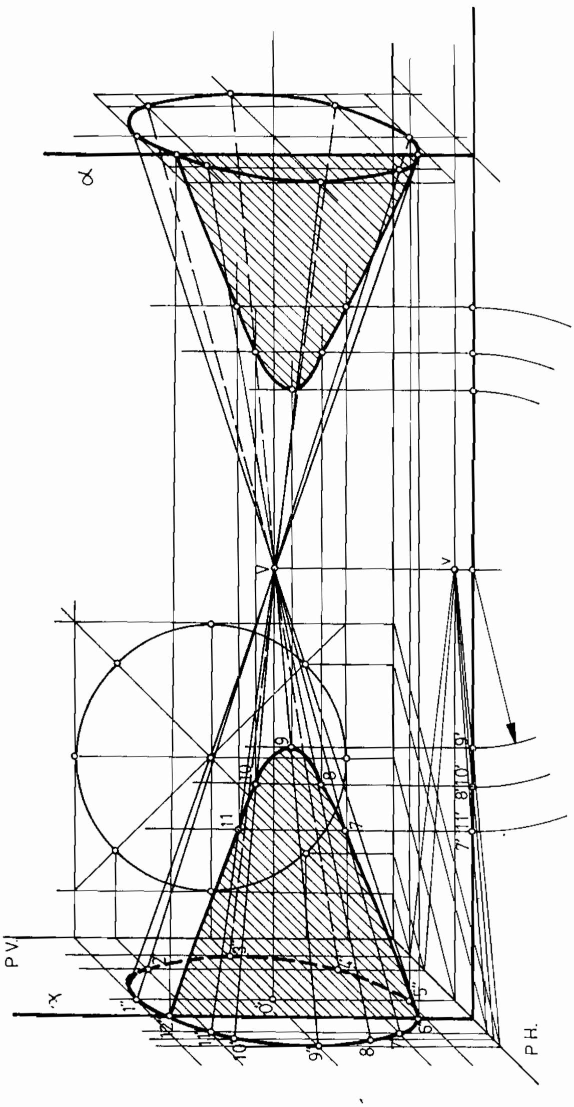


Fig. 15

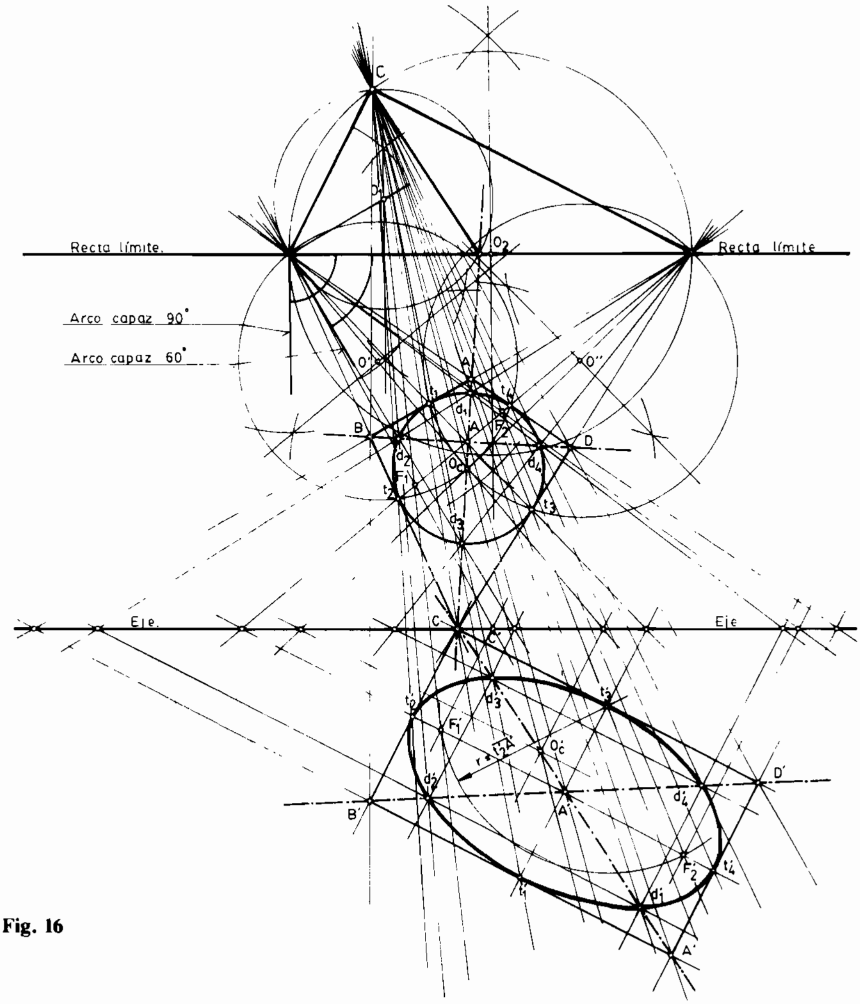

C
Recta límite.
Recta límite
O₂
Arco capaz 90°
Arco capaz 60°
O''
A
B
D
Eje.
Eje
B'
D'
A'

Fig. 16

La figura 12 explica en caballera una perspectiva cónica en que desde V el espectador contempla la circunferencia *ABC...H*, sobre un plano $\alpha\,\alpha'$ perpendicular a la visual principal V^{o}, perpendicular a su vez a dicho plano. Las visuales desde V a la circunferencia determinan naturalmente un espacio cónico. La intersección de las visuales por un plano α paralelo a α determina una figura homológica, otra circunferencia, proporcional a las distancias.

Al estar el sistema de perspectiva cónica explicado en perspectiva caballera, las circunferencias aparecen como elipses. La verdadera magnitud y configuración se obtiene por abatimiento de 1'',2'',3'', etc. en 1,2,3...8.

La figura 13 nos permite observar cómo la intersección de las visuales configuradoras del espacio cónico —al dirigirse a la circunferencia 1,2,3...8 en el plano *PV*— con el plano *P,P'* determina la elipse 1',2',3'...8'. La verdadera magnitud y configuración de dicha elipse la obtenemos por abatimiento en 1'',2'',3''...8''.

La figura 14 nos muestra cómo la circunferencia a',b',c'....h, vista desde V y proyectada sobre un plano α paralelo a la visual Va' (podría serlo a otra cualquiera) aparece como una parábola. En verdadera magnitud abatida en *B,C,D...H*.

En la figura 15 podemos contemplar que la circunferencia *1'',2'',3''...12''* se proyecta, vista desde V sobre el plano α paralelo a la visual VO'', como la rama de la hipérbola.

A su vez cualquiera de estas curvas cónicas puede contemplarse como una circunferencia (si bien tanto la parábola como las ramas de la hipérbola comportan la dificultad de que uno de sus puntos se encuentra en el infinito), si colocamos el plano de proyección y el punto de vista adecuadamente. En la figura 16 la elipse inscrita en el rectángulo $A'B'C'D'$ se contempla desde C_0 (centro de homología) como la circunferencia t_1,t_2,t_3,t_4, inscrita en el cuadrilátero *ABCD*. El problema se resuelve por el sistema de arcos capaces.

Este modo de explicar y entender el dibujo a través de la geometría proyectiva nos permite comprobar la relatividad de las formas y sus transformaciones, lo que permite su comprensión y mejor utilización.

BIBLIOGRAFIA

(1) L. Alonso Fernandez, en su articulo «Dibujo, lenguaje plastico e historia del arte en el Bachillerato»: *En una consideración flexible y amplia (que no es posible desarrollar por las limitaciones propias de este estudio), los elementos estructurales del lenguaje gráfico encuentran paralelismos indudables con aquellos que los ligüistas entructuralistas y generativos han analizado y destacado en la organización del lenguaje natural humano, tanto a nivel de significante como a nivel de significado. El cuadro comparativo podría establecerse del modo siguiente:*

LENGUAJE NATURAL HUMANO	*LENGUAJE PLASTICO*
Fonema	*Punto*
Sonido	*Punto sobre un plano*
Monema	*Asociación de puntos* *Línea* *trazo* *grafismo*
Lexia	*Línea-color* *Mancha-color-textura*
Sirrema	*Forma-color*
Sintagma	*Imagen bidimensional* *Imagen tridimensional*
Oración	*Signo-símbolo autónomo* *Composición significativa*
Discurso	*Discurso plástico*

(2) F. Medina Benavente, en su artículo «Forma e imagen» (R. B. 24): *Los fundamentos de las transformaciones homográficas, previamente sometidos a un tratamiento didáctico, debieran ser incluidos entre los conocimientos que inician un ciclo de Expresión gráfica. ...Las transformaciones geométricas facilitan la representación de las formas, cualquiera que sea el sistema elegido. Ello es razón para considerar básico su conocimiento. ...En la figura que ilustra este ensayo pueden observarse dos variantes en la transformación de la forma. ...Tal fenomeno no es otra cosa que un hecho homográfico; de la orientación de los planos homográficos dependerá que las transformaciones obtengan imágenes anamérficas o isomórficas.*

(3) Jorge Senabre. «Dibujo técnico». E. L. Vives, 1978.

Dibujos de: Damián Fandos
J. A. Lobón
L. Prada
David Ramos
J. Rodríguez G.