

SOFTWARE, INSTRUMENTACION Y METODOLOGIA

DISEÑOS EXPERIMENTALES ROTATORIOS EN PSICOLOGIA

Juan Luis CHORRO GASCO y Pedro HONTANGAS BELTRAN

Dpto. de Metodología, Psicobiología y Ps.Social. Universidad de Valencia

Este artículo estudia la aplicación de los diseños experimentales rotatorios en Psicología. Los objetivos concretos del artículo son los de estudiar la viabilidad de implementación de diseños rotatorios en Psicología y el de comparar algunos diseños rotatorios. El procedimiento utilizado se basa en la obtención de variabilidades de las predicciones a partir de datos simulados y reales, así como en la aplicación de la medida de rotatoriedad de Khuri. El paradigma de referencia es el de reconocimiento de ítems individuales.

Palabras clave: Diseños experimentales rotatorios; Optimización de diseño experimental; Diseños experimentales de superficie de respuesta.

Experimental rotatory designs in psychology. The principal aim of this paper is the study of the application of experimental rotatory designs in Psychology. Particular objectives are those of determining whether rotatory designs are applicable in the context of behavioral research, and to compare some rotatory designs. Real and simulated data are obtained in the paradigm of single item recognition.

Key words: Rotatory Experimental Designs; Experimental Design Optimization; Response Surface Experimental Designs.

Esta investigación tiene por objeto estudiar la aplicación de ciertas técnicas de diseño experimental en Psicología. Según las características de los diseños experimentales se obtienen estimaciones más o menos sesgadas, contrastes de hipótesis más o menos potentes, o se facilita la correcta especificación del modelo de relación entre variables independientes y variable dependiente. Los diseños rotatorios son aquellos en que la variabilidad de las predicciones depende solo de su distancia al origen del diseño y, en este sentido, transmiten idéntica información sobre la variable dependiente. Los diseños rotatorios han sido desarrollados en el contexto de la investigación industrial, que presenta caracte-

rísticas diferentes a las de la investigación en Psicología. Por ello es necesario estudiar, primero, si tales diseños son aplicables en Psicología, y segundo, si los resultados que se puede obtener en Psicología justifican la aplicación de diseños rotatorios.

El modelo es de la forma

$$y = \chi\beta + \varepsilon$$

donde

- y: vector con las puntuaciones observadas.
- χ : Matriz de "N" filas y "p" columnas de rango "p" cuyos elementos son funciones conocidas de los valores de diseño de las variables predictoras.
- β : Vector con las estimaciones de los coeficientes mínimo-cuadráticos.

e: Vector con el término de error. Su matriz de varianzas-covarianzas es $\sigma^2 I$.

La investigación sobre diseño experimental se ha esforzado en proveer al investigador de técnicas que le permitan satisfacer ciertos objetivos, entre los cuales se halla el de obtención de mejores estimaciones de la variable de respuesta. En términos generales, son mejores estimaciones aquellas que reúnen las siguientes características:

— Presentan menor sesgo. El sesgo es la diferencia entre el valor teórico (“verdadero”) de la variable de respuesta y el valor predicho.

— Minimizan su variabilidad. Cuanto mayor es la variabilidad de las estimaciones, menos fiables son las estimaciones individuales.

— Presentan variabilidad uniforme. La variabilidad de las estimaciones depende en parte de los valores de los tratamientos experimentales. Por ello se pueden definir ciertos procedimientos de selección de niveles de las variables predictoras tales que la variabilidad de las estimaciones sea uniforme.

Dado que la mayor parte de la investigación y aplicaciones sobre técnicas de optimización de diseño experimental ha sido realizada en contextos industriales o agrícolas, cabe preguntarse si estas técnicas son útiles en Psicología. En este sentido, conviene señalar que la aplicación de técnicas de optimización desarrolladas en un medio industrial puede presentar ciertas dificultades que deben ser estudiadas antes de aplicarlas en el contexto de Psicología, que son:

— Los valores de las variables predictoras, que determinan los niveles de los tratamientos experimentales, pueden no ser aplicables. Por ejemplo, valores negativos en variables predictoras no son generalmente admisibles.

— Las limitaciones inherentes a la escala de medida de las variables. Si una va-

riable predictora es discreta y el valor a asignar a dicha variable es real, no es posible aplicar el tratamiento correspondiente.

— La significación de las mejoras obtenidas. Suponiendo que los tratamientos que optimizan un criterio sean aplicables, hay que estudiar si el nuevo resultado es apreciablemente mejor que el obtenido con los procedimientos usuales, si la mejora obtenida es relevante en el contexto más amplio del proyecto de investigación, y si el coste de aplicación de los nuevos tratamientos es proporcionado a la mejora obtenida.

En resumen, las restricciones propias del contexto de aplicación psicológica no hacen posible la satisfacción rigurosa de las condiciones de optimización del diseño experimental. Por ello parece más adecuado hablar de mejora que de optimización de diseño experimental. Asimismo resulta necesario evaluar la aplicación de procedimientos de optimización y mejora de diseño experimental en Psicología, entre los que se encuentran los de minimización de sesgo, los de minimización de la varianza de la predicción, los que permiten la detección de la incorrecta especificación del modelo, los procedimientos de localización del óptimo de la variable de respuesta, o los que permiten mejores extrapolaciones de las predicciones.

DISEÑOS EXPERIMENTALES ROTATORIOS

Concepto y características generales.

En este artículo se toma en consideración diseños experimentales en que las variables predictoras son cuantitativas no aleatorias, y por tanto permiten la aplicación del estimador mínimo-cuadrático para obtener la solución del modelo.

En un diseño rotatorio, la varianza de las estimaciones es función de la distancia del punto en que es calculada la estimación al centro de la región experimental. Dicha

distancia se representa algebraicamente como (Martínez Garza, 1988)

$$\rho = (x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_k^2)^{\frac{1}{2}}$$

Cuanto menor es la varianza de las estimaciones, mayor es la precisión de la predicción. Esto es, mayor es la calidad de la predicción.

Box (1987) define los diseños rotatorios de otra forma: Diseños rotatorios son aquellos en que las varianzas y covarianzas de las predicciones no son afectados por la rotación de la matriz de diseño. La matriz de diseño (D) (Khuri, 1988) es aquella cuyos elementos son los valores de las variables predictoras correspondientes a los niveles de los tratamientos experimentales. Cada combinación de valores de las variables predictoras define un punto experimental. Por ejemplo

$$D = \begin{bmatrix} 12 & 10 \\ 18 & 15 \\ 18 & 15 \end{bmatrix}$$

en la anterior matriz de diseño hay tres puntos experimentales y dos variables predictoras. Si la primera variable predictora es "tamaño de lista" y la segunda "tiempo de presentación", el punto experimental (12,10) significa que se aplica el tratamiento "presentación de 12 ítems durante 10 segundos". En este caso se obtiene una observación. En cambio, se obtienen dos observaciones en el punto experimental (18,15), esto es, en el tratamiento "presentación de 18 ítems durante 15 segundos". Los elementos de la matriz de diseño suelen ser codificados. Un procedimiento usual (Khuri, 1988; Box, 1987) consiste en aplicar a los valores originales las expresiones

$$x_{ui} = \frac{x_{ui} - \bar{X}_i}{S_{x_i}}$$

$$S_{x_i} = \left\{ \sum_{u=1}^N \frac{(x_{ui} - \bar{x})^2}{N} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

A partir de la matriz de diseño se obtiene la matriz X, cuya forma es: Los elementos de la primera columna son todos iguales a "1", los elementos de las siguientes "k" columnas son los de la matriz de diseño y los elementos de las restantes columnas son funciones de los elementos de la matriz de diseño. Por ejemplo, los elementos de las "k" siguientes columnas son igual a X^2_i , $i=2,3, \dots, k+1$, etc.

La variabilidad de las predicciones se obtiene mediante la expresión:

$$\text{Var}(Y') = X' (X'X)^{-1} X\sigma^2 \quad (2)$$

Dado que σ^2 es constante, la variabilidad de las predicciones depende de los valores de la matriz X. En un diseño rotatorio, la gráfica de la variabilidad de las predicciones muestra círculos concéntricos, o bien otras figuras centradas respecto del origen de la región experimental. Esto significa que en un diseño rotatorio se obtiene idéntica información en cualquier dirección, para el mismo radio (Draper y Guttman, 1988).

Condiciones de rotatividad.

Una vez definido el concepto de rotatividad, hay que determinar qué condiciones debe satisfacer un diseño rotatorio. El siguiente apartado ha sido tomado de Khuri (1988).

Los momentos del diseño, que son los elementos de la matriz $(X'X)/N$, caracterizan la rotatividad del diseño. (X' es la traspuesta de X y N es el número de observaciones).

Los momentos de diseño pueden ser también definidos de la siguiente forma. Sea un modelo

$$Y = \chi\beta + \epsilon$$

Si el modelo es de orden "d" y es función de "k" variables de entrada, entonces un momento del diseño de orden

$$\delta, (\delta = 0, 1, 2, \dots, 2d), \text{ es}$$

$$\left[1^{\delta_1} 2^{\delta_2} \dots k^{\delta_k} \right] = \frac{1}{N} \sum_{u=1}^N x_{u1}^{\delta_1} x_{u2}^{\delta_2} \dots x_{uk}^{\delta_k}$$

N: Número de observaciones.

$\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_k$: Enteros no negativos tales que su suma es igual a δ .

Por ejemplo, si se trata de un modelo de segundo orden, las posibilidades son:

Momentos de primer orden:

$$\frac{\sum_{uj} x_{uj}}{N} \quad j = 1, 2, \dots, p$$

Momentos puros de segundo orden:

$$\frac{\sum x_{ui}^2}{N}$$

Momentos mixtos de segundo orden:

$$\frac{\sum x_{ui} x_{uj}}{N} \quad i \neq j$$

Momentos mixtos de tercer orden:

$$\frac{\sum_{uj} x_{uj}^2 x_{uk}}{N} \quad 1 \leq j \leq k \leq p$$

Momentos de cuarto orden:

$$\frac{\sum x_{uj}^2 x_{uk}^2}{N}, \frac{\sum x_{uj} x_{uk}^3}{N}, \frac{\sum x_{uj}^4}{N}$$

La matriz de momentos de un modelo de primer orden respecto de k variables se expresaría de la siguiente forma (ver apéndice):

	x_1	x_2	x_3	...	x_k
1	1	[1]	[2]	...	[k]
x_1		[11]	[12]	...	[1k]
x_2			[22]	...	[2k]
x_k					[kk]

donde

$$[i] = \frac{1}{N} \sum_u x_{ui} \quad [ii] = \frac{1}{N} \sum_u x_{ui}^2 \quad [ij] = \frac{1}{N} \sum_u x_{ui} x_{uj}$$

$$i, j = 1, 2, \dots, k$$

Condiciones generales de rotatividad: La condición general necesaria y suficiente que debe satisfacer la matriz de momentos para que un diseño sea rotatorio es (se asume que las variables de diseño han sido tipificadas, (Khuri, 1987)) que el momento de orden d sea de la forma

$$\left[1^{\delta_1} 2^{\delta_2} \dots k^{\delta_k} \right] = 0$$

si algún δ_i es impar, y

$$\frac{\lambda_{\delta} \prod_i (\delta_i)!}{2^{\delta} 2^{\prod_i \left(\frac{\delta_i}{2}\right)!}}$$

si todo δ_i es par.

(λ_{δ} es función de δ).

Por ejemplo, en un diseño de segundo orden (y para $k=2$), los momentos "ijj" son:

$$\lambda_{\delta}(\delta_1)!(\delta_2)! = \frac{\lambda_2 [2 \ 0]}{2^{2/2} \left(\frac{2}{2}\right) \left(\frac{2}{2}\right)!} = \frac{2\lambda_2}{2} = \lambda_2$$

Algunos diseños experimentales

Para conseguir que un diseño sea rotatorio hay que definir una matriz de diseño adecuada. El requisito de rotatividad puede ser satisfecho en algunos diseños de la forma que se indica a continuación.

Diseños de primer orden.

En general, los diseños de orden "d" son aquellos que permiten la estimación de parámetros de modelos de orden "d". Si un diseño de primer orden es ortogonal, también es rotatorio. En efecto, Martínez Garza (1988) muestra que si

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_1 + \hat{\beta}_2 x_2 + \dots + \hat{\beta}_p x_p$$

entonces, si el diseño es ortogonal,

$$\text{Var}(\hat{y}) = \text{Var}(\hat{\beta}_0) + x_1^2 \text{Var}(\hat{\beta}_1) + x_2^2 \text{Var}(\hat{\beta}_2) + \dots + x_p^2 \text{Var}(\hat{\beta}_p)$$

y como

$$\rho^2 = x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_p^2$$

entonces,

$$= \frac{\sigma^2}{n} (1 + \rho^2)$$

esto es, $\text{Var}(Y)$ es función de ρ , la distancia al origen.

Algunos diseños de primer orden son:

A. Diseño factorial.

En el diseño factorial todos los tratamientos de cada variable predictora son emparejados con todos los tratamientos. Por ejemplo, para $k=2$, D:

1	1
1	-1
-1	1
-1	-1

Como se trata de un diseño ortogonal, la matriz de momentos es diagonal.

B. Diseños simplex.

(Khuri, 1987; Box, 1987; Martínez Garza, 1988)

Se trata de un diseño ortogonal cuyos puntos experimentales son los vértices de una figura regular de k dimensiones donde el ángulo θ que forman cualesquiera 2 puntos con el origen es tal que $\cos\theta = -1/k$. Ej. para $k=2$:

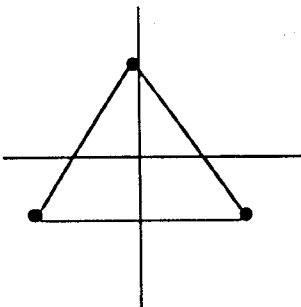


Figura 1

Los diseños simplex pueden ser obtenidos generando la siguiente matriz de diseño:

$-a_1$	$-a_2$...	$-a_i$	$-a_k$
a_1	$-a_2$...	$-a_i$	$-a_k$
0	$2a_2$...	$-a_i$	$-a_k$
:		:	:	:
			ia_i	
0	0		0	ka_k

donde

$$a_i = \{cN/i (i + 1)\}^{\frac{1}{2}}$$

(c = constante de escalamiento). La matriz de momentos es diagonal, ya que se trata de un diseño ortogonal.

Diseños de segundo orden.

Matriz de momentos: (Khuri, 1987)

	x_1	x_2	x_1^2	x_2^2	$x_1 x_2$	
	1	0	0	1	1	[12]
x_1	1	[12]	[111]	[122]	[112]	
x_2		1	[112]	[222]	[122]	
x_1^2			[1122]	[1122]	[1112]	
x_2^2				[2222]	[1222]	
$x_1 x_2$					[1122]	

Los diseños de segundo orden son rotatorios si todos los momentos impares de orden menor o igual que 4 son igual a 0. Los momentos pares deben satisfacer las siguientes igualdades: (Khuri, 1987; Martínez Garza, 1988)

$$[ijij] = \lambda_4 \quad [iiii] = 3\lambda_4$$

$$(i, j = 1, 2, \dots, k; i < j)$$

esto es, el momento mixto de cuarto orden "ijij" es igual a una cantidad que se simbo-

liza λ_4 , y el momento puro de cuarto orden es igual a tres veces dicha cantidad.

Ej: Sea la matriz X correspondiente a un diseño de segundo orden para dos variables independientes (k=2)

1	-1	-1	1	1	1
1	-1	1	1	1	-1
1	1	-1	1	1	-1
1	1	1	1	1	1
1	0	-1.41	0	2	0
1	0	1.41	0	2	0
1	-1.41	0	2	0	0
1	1.41	0	2	0	0
1	0	0	0	0	0

La matriz de momentos es

1	0	0	.89	.89	0
0	.89	0	0	0	0
0	0	.89	0	0	0
.89	0	0	1.33	.44	.0
.89	0	0	.44	1.33	.0
0	0	0	0	0	.44

Puede apreciarse que el momento "iiii" es igual a .44 multiplicado por 3, y por tanto, se trata de un diseño rotatorio. La Var(Y') (obtenida por medio de (2)) correspondiente a los puntos (-1,1) y (1.41,0) (que se hallan a idéntica distancia del centro de la región experimental) presenta idéntico valor. (Supuesto que $\sigma^2=1$).

En cambio, sea la matriz X:

1	-1	-1	1	1	1
1	-1	0	1	0	0
1	-1	1	1	1	-1
1	0	-1	0	1	0
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	0
1	1	-1	1	1	-1
1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1

La matriz de momentos es

1	0	0	.77	.77	0
0	.77	0	0	0	0
0	0	.77	0	0	0
.77	0	0	1.08	.31	0
.77	0	0	.31	1.08	0
0	0	0	0	0	.31

Puede apreciarse que [iiii] no es igual a 3 veces [iijj]. No se trata de un diseño rotatorio. En efecto, la varianza de la puntuación predicha en el punto 1,1 es igual a .57 (valor obtenido mediante la expresión [2]). En cambio la varianza de la puntuación predicha en el punto 1.41,0 es igual a .52. (El punto 1.41,0 no corresponde a la matriz del anterior diseño pero se halla a idéntica distancia del centro de la región experimental que el punto 1, 1).

Algunos diseños de segundo orden son los siguientes:

A. Diseños factoriales.

A fin de hacer posible la estimación de efectos de segundo orden, es necesario que aparezcan como mínimo tres tratamientos en cada variable. La matriz de diseño (para k=2 y N=9) y su gráfica son:

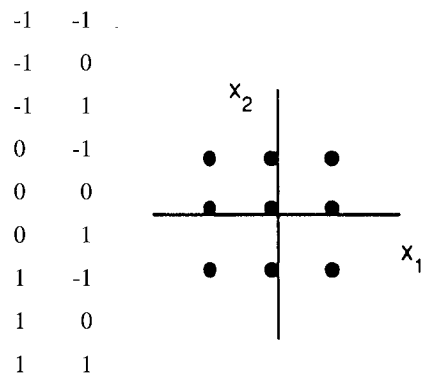


Figura 2.

Los diseños factoriales de segundo orden no son rotatorios ya que en su matriz de momentos [iiii] no es igual a 3[iijj].

B. Diseños Centrales Compuestos (DCC).

Los Diseños Centrales Compuestos han sido introducidos por Box (1987) y se componen de:

a) Un diseño (o fracción) factorial $2k$.

Es la denominada parte factorial del diseño.

b) Cierta número de puntos centrales (n_0).

c) Puntos en el eje de cada variable a una distancia α del origen del diseño. (Parte axial de la matriz de diseño). Por ejemplo una matriz de diseño y su gráfica (con cuatro puntos axiales y dos centrales) sería la siguiente:

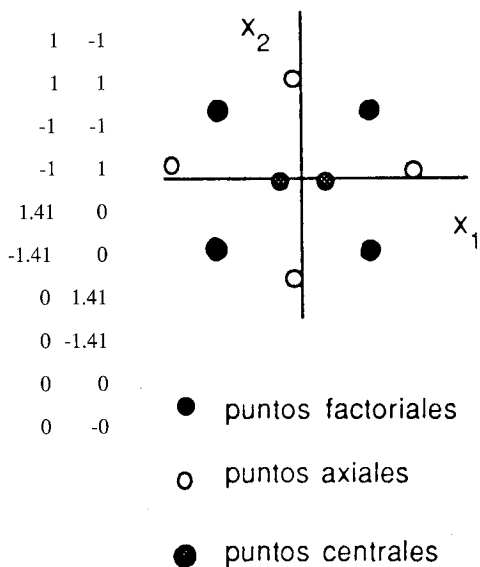


Figura 3

En los Diseños Centrales Compuestos se puede satisfacer el criterio de rotatividad seleccionando un valor de α adecuado. Según Martínez Garza (1988), dicho valor se obtiene del siguiente modo:

Como

$$\sum_i^n x_{ij}^4 = F + 2\alpha^4$$

donde F es igual al número de observaciones de la parte factorial, y

$$\sum_i^n x_{ij}^2 x_{ik}^2 = F$$

y como, según las condiciones de rotatividad de los diseños de segundo orden,

$$\sum_i^n x_{ij}^4 = 3 \sum_i^n x_{ij}^2 x_{ik}^2$$

entonces,

$$F + 2\alpha^4 = 3F$$

por lo que

$$\alpha = F^{0.25}$$

Draper y Guttman (1988) ofrecen una fórmula más general, aplicable a diseños factoriales fraccionados:

$$\alpha = 2^{(k-p)/4}$$

donde

k: número de variables predictoras.

p: subíndice para los diseños fraccionados.

C. Diseños Centrales Compuestos con bloques (DCCb). (Khuri, 1987)

El principio general del diseño por bloques puede ser aplicado al DCC. El primer bloque puede ser construido mediante un diseño factorial $2k$ al que se añade cierto número de puntos centrales y el segundo bloque mediante la parte axial más cierto número de puntos centrales.

Para que el diseño sea rotatorio la parte axial debe cumplir la relación.

$$\sqrt{F} = \sqrt{\frac{2(F + n_{0F})}{2(k + n_{0A})}}$$

D. Diseños equirradiales. (Khuri, 1987)

Los diseños equirradiales constan de conjuntos de puntos experimentales tales que sus distancias al origen son idénticas. En general, los diseños equirradiales son rotatorios si el diseño se basa en los vértices de un polígono regular. Para 2 dimensiones se define el siguiente diseño equirradial: (1,0), (.309,.951), (-.809, .588), (-.809, -.588), (.309, -.951).

Para 3 dimensiones se puede formar los siguientes diseños equirradiales rotatorios: Cubo más octaedro (1,1,1), (1, 1, -1), (1, -1, 1), (1,-1,-1), (-1,1,1), (-1,1,-1), (-1,-1,1), (-1,-1,-1), ($\sqrt{3},0,0$), ($-\sqrt{3},0,0$), (0, $\sqrt{3},0$), (0,- $\sqrt{3},0$), (0,0, $\sqrt{3}$), (0,0,- $\sqrt{3}$).

Icosaedro: (0, 1.473, .911), (0, 1.473, -.911), (0, -1.473, .911), (0, -1.473, -.911), (.911, 0, 1.473), (.911, 0, -1.473), (-.911, 0, 1.473), (-.911, 0, -1.473), (1.473, 0, .911), (1.473, 0, -.911), (-1.473, 0, .911), (-1.473, 0, -.911).

E. Diseños de conchas uniformes.

Los diseños de "conchas" uniformes constan de puntos situados en anillos esféricos concéntricos tales que las distancias entre sí son idénticas (Khuri, 1987). Este tipo de diseños puede ser generado obteniendo diferencias entre los puntos de diseños simplex. Además se puede añadir puntos centrales según conveniencia. El número mínimo de puntos experimentales requeridos por este diseño es k^2+k .

OBJETIVOS

La finalidad general del artículo es estudiar la aplicación de diseños rotatorios en Psicología. Los diseños rotatorios permiten obtener estimaciones de variabilidad uniforme en los puntos experimentales del diseño. Con diseños no rotatorios la variabilidad de las estimaciones difiere según el punto experimental de referencia.

— El primer objetivo es el estudio de

viabilidad de la implementación de diseños rotatorios en Psicología. Las variables predictoras que se aplica en Psicología (más en concreto en Psicología cognitiva) son, en algunos casos, enteras. Por ello no es posible seleccionar todos los valores requeridos para la satisfacción de los criterios de rotatividad cuando estos son reales (por ejemplo, si α es igual a 10.8, el entero más próximo es 11). Esta limitación supone que no se puede generar diseños que satisfagan de forma estricta los criterios de rotatividad. Por tanto hay que determinar hasta qué punto satisfacen los diseños así obtenidos las condiciones de rotatividad.

— El segundo objetivo es el de comparar algunos diseños rotatorios, a fin de determinar:

- a) El coste de aplicación de cada diseño. Se entiende por coste el número mínimo de observaciones requeridas por el análisis de datos de dicho diseño.
- b) Los valores de la variabilidad de las estimaciones generados por cada diseño.

PROCEDIMIENTO

Para obtener la variabilidad de las estimaciones se han generado las matrices de los diseños factorial 3^k , DCC, DCCb, de conchas uniformes y equirradial para 2 y 3 variables independientes.

Se obtiene $\text{Var}(Y')$ de dos formas: a) Con datos generados mediante ordenador. b) Con datos experimentales. En ambos casos se aplica la fórmula

$$\text{Var}(Y') = X' (X' X)^{-1} X \sigma^2$$

Los valores de X son los de cada diseño estudiado. El valor de σ^2 se obtiene de datos reales para los diseños DCC y factorial. Para el resto de diseños se hace arbitrariamente igual a 1, lo que facilita la comparación entre diseños.

Para la obtención de datos experimentales se ha procedido de la siguiente forma: El paradigma es el de reconocimiento de ítems sencillos. El diseño seleccionado es el DCC. Las variables independientes son el tiempo de presentación y el tamaño de lista (número de ítems de la lista de estudio). Los valores de las variables independientes del Diseño Central Compuesto son: (9,13), (16, 13), (16,7), (9,7), (18,10), (8,10), (12, 14), (12, 6) y (12, 10). (El primer valor de cada par es el tamaño de lista y el segundo el tiempo de presentación). Se han obtenido aproximadamente 25 réplicas de cada punto experimental. Los ítems de la lista son grupos de 3 letras. El experimento ha sido realizado en el Instituto de Bachillerato Sorolla, con estudiantes de ambos sexos de primero, segundo y tercero de BUP. El experimento ha sido realizado con ordenador (McIntosh SE/30 y McIntosh Plus), con un programa en lenguaje BASIC preparado por Juan Luis Chorro Gascó y adaptado por Pedro Hontangas Beltrán, que realiza las siguientes tareas:

- Presentación de un mensaje en el monitor que informa al sujeto acerca de cómo realizar el experimento.

- Presentación de la lista de estudio de prueba.

- Presentación aleatoria sucesiva de los ítems en la fase de prueba.

- Presentación de un mensaje en pantalla advirtiendo que se pasa a la realización del experimento.

- Presentación de la lista de estímulos durante un intervalo temporal.

- Presentación aleatoria sucesiva de los ítems de la lista junto con los distractores (proporción aproximada del 50% de distractores y 50% de ítems de lista antigua).

- Recogida de respuestas y evaluación del número y porcentaje de reconocimientos de los ítems de la lista antigua.

Una vez recogidos los datos, se obtiene σ^2 a partir de los datos observados correspondientes a cada punto experimental.

Para comparar los diseños obtenidos al redondear valores de variables predictoras se utiliza la medida de rotatividad de Khuri (1988), que es

$$\Phi_n(D) = 100 \left\{ \frac{d}{m} \sum_{m=2}^d \left[u^*(Z'Z)\omega_{2,m} \right]^2 \right\} / \omega_{2,m} / 2 \left\| / / u^*(Z'Z) / 2 \right\|$$

RESULTADOS Y CONCLUSIONES

A continuación presentamos los resultados para los diseños de segundo orden.

Diseños de 2º orden.

- Factorial 3²: Los valores de Var(Y') oscilan entre .81 y .56 según puntos experimentales.

- Factorial 3³: Los valores de Var(Y') oscilan entre .51 y .26 según puntos experimentales.

- DCC. (k=2): Los valores de Var(Y') son igual a .62 en todos los puntos experimentales.

- Diseño de conchas uniformes. (k=2): Var(Y') es igual a .83 excepto en el punto central, donde es igual a 1.

- Diseño de conchas uniformes. (k=3): Var(Y') es igual a .75 en todos los puntos experimentales.

- DCC con bloques. (k=2): Var(Y') es igual a 1 en todos los puntos experimentales.

- Diseños equirradiales. (k=2): Var(Y') es igual a 1 en todos los puntos experimentales.

- (k=3): Var (Y') oscila entre 1 y .85 según puntos experimentales.

Los resultados obtenidos permiten efectuar las siguientes consideraciones:

Primer objetivo: "Viabilidad de la implementación de diseños rotatorios en Psicología". Este objetivo se concreta en dos de las

principales dificultades planteadas por la aplicación de diseños experimentales en Psicología: a) cuando los tratamientos a asignar no son aplicables (por ejemplo, en el supuesto de que los valores de las variables predictoras fuesen negativos). b) cuando las variables predictoras no admiten decimales.

Respecto a la primera cuestión, se observa que los tratamientos experimentales requeridos por los diseños estudiados presentan magnitudes admisibles. En el caso de variables enteras no es posible aplicar los niveles teóricos exactos, y en estos casos se puede redondear el valor obtenido (por ejemplo si el nivel teórico es de 4.7 sílabas el tratamiento correspondiente sería "presentación de cinco sílabas").

Respecto de la segunda cuestión, se ha obtenido un porcentaje igual a 99,6 al aplicar la medida de rotatividad de Khuri al diseño Central Compuesto con valores redondeados, lo que supone que la operación de redondeo de los valores del componente axial no ha afectado prácticamente a la rotatividad del diseño estudiado.

Segundo objetivo: Comparación de los diseños experimentales rotatorios: Los diferentes tipos de diseños experimentales son comparados atendiendo a la magnitud de $\text{Var}(Y')$ y el número de datos requeridos por el diseño (N). En las gráficas 1 y 2 se presentan los resultados de un diseño de segundo orden cuando $k=2$ y en las gráficas 3 y 4 los correspondientes a un diseño de segundo

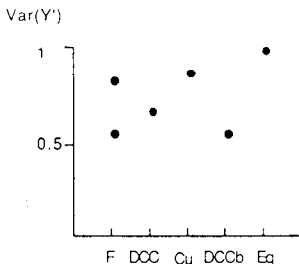


Figura 4.

orden con $k=3$. (Se incluye el Diseño Factorial $3k$, que no es rotatorio, como referencia).

Gráfica 1.- Diseños experimentales según la magnitud de $\text{Var}(Y')$ para $k=2$.

($\text{Var}(Y')$ en el diseño F presenta dos valores distintos que corresponden a puntos experimentales distintos porque este diseño no es rotatorio.). Donde

- F: Diseño factorial
- DCC: Diseño Central Compuesto.
- Cu: Diseño de Conchas uniformes.
- DCCb: Diseño Central Compuesto de bloques.
- Eq: Diseño equirradial.

Gráfica 2.- Diseños experimentales según el número mínimo de datos requerido para $k=2$.

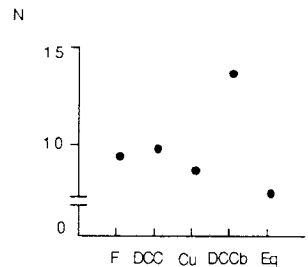


Figura 5.

En general, se ha considerado los N mínimos para resolver los modelos. Por ejemplo, en el Diseño Central Compuesto, el número mínimo de puntos experimentales es 10 (4 puntos experimentales en la parte factorial, 4 en la parte axial y 2 puntos centrales).

La ordenación de los diseños por número de datos es la siguiente (de menor a mayor): Eq, Cu, F, DCC y DCCb.

A partir de las gráficas anteriores podemos concluir que la selección de diseño rotatorio, en relación a un diseño factorial, depende de criterios como la muestra disponible y la variabilidad de las estimaciones.

Si se trata de trabajar con el menor número de datos los diseños a seleccionar son los de Conchas uniformes y Equirradiales. Si hay limitación en el número de datos y se desea obtener la menor variabilidad de las estimaciones, el mejor diseño es el Central Compuesto.

Gráfica 3.- Diseños experimentales según las magnitudes de $Var(Y')$ para $k=3$.

Gráfica 4.- Diseños experimentales según el número mínimo de datos requerido

para $k=3$. (El número mínimo de datos es obtenido de la misma forma que para $k=2$. Por ejemplo, el Diseño Central Compuesto requiere 8 puntos en la parte factorial, 6 en la parte axial y 2 puntos centrales).

Por consiguiente, si el criterio de selección es el de eficiencia, el mejor diseño es el Factorial $3k$, seguido del DCC, DCCb, Cu y Eq. Si el criterio es el número de datos requerido, los diseños a seleccionar son, por este orden: Cu, Eq, DCC, DCCb y Factorial $3k$.

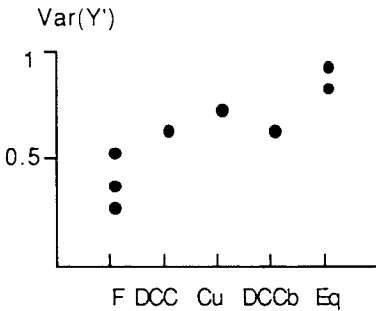


Figura 6

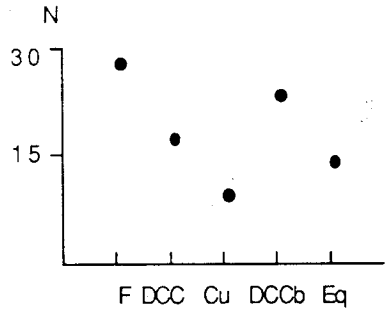


Figura 7

REFERENCIAS

Box, G. E. y Draper, N. R. (1987). *Empirical Model building and Response Surfaces*. New York: Wiley.

Box, G. E. y Hunter, J. S. (1957). Multi-factor experimental Designs for exploring response surfaces. *Annals of Mathematical Statistics*, 28, 195-241.

Draper, N. R. (1982). Center Points in Second-Order Response Surface Designs. *Technometrics*, 24, 127-133.

Draper, N. R. y Guttman, I. (1988). An Index of Rotatability. *Technometrics*, 30, 105-111.

Khuri, A. I. (1988). A Measure of Rotatability for Response-Surface Designs. *Technometrics*, 30, 95-104

Khuri, A. I. y Cornell, J. A. (1987). *Response Surfaces*. New York: Marcel Dekker.

Martínez Garza, A. (1988). *Diseños experimentales*. México: Trillas.

Myers, R. H., Khuri, A.I. y Carter, W.H. (1989). Response Surface Methodology: 1966-1988. *Technometrics*, 31, 137-157.

Steinberg, D. M. y Hunter, W. G. (1984). Experimental Design: Review and Comment. *Technometrics*, 26, 71-97.

APENDICE

Matriz de momentos

Sea un modelo de orden 1 con 2 variables predictoras (k=2), y sea la siguiente matriz X:

1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	0	0
1	1	-1	1	1	1
1	0	1	0	1	0
1	0	0	0	0	0
1	0	-1	0	1	0
1	-1	1	1	1	1
1	-1	0	1	0	0
1	-1	-1	1	1	1

entonces, $(X'X)$ es igual a

9	0	0	6	6	0
0	6	0	0	0	0
0	0	6	0	0	0
6	0	0	6	4	0
6	0	0	4	6	0
0	0	0	0	0	4

Se aprecia que el elemento 11 (intersección fila 1 y columna 1), que es la suma de productos de los elementos de la primera fila de X' por la primera columna de X es igual a 9, que es el número de observaciones. Por ello, al obtener el cociente de dicho elemento por N , siempre se obtiene 1.

De forma análoga, se aprecia que el sumatorio de productos de elementos de la primera fila de X' por la segunda columna de X equivale a obtener el sumatorio de datos de la primera variable, que posteriormente es dividida por N obteniéndose

$$\frac{\sum x_1}{N}$$

etc.