

LOS TESTS Y EL ANÁLISIS FACTORIAL*

Mariano Yela

Introducción

El *test* es uno de los métodos característicos de la psicología contemporánea. Gran parte de su valor científico lo debe al análisis factorial.

Los *tests* surgieron antes que el análisis factorial y en muchos aspectos se han desarrollado con independencia de él. Pero al análisis factorial se debe, en nuestro siglo, un nuevo y fecundo impulso, un fundamento científico más firme y unas posibilidades, antes insospechadas, para su empleo en la investigación sistemática del psiquismo y de la conducta.

El *test* ha sido siempre un instrumento práctico de diagnóstico y medida. Su valor, demostrado en muchas ocasiones, solía ser de carácter empírico. El análisis factorial le proporciona una base y una metodología más rigurosamente experimental. Por obra principal, aunque no exclusiva, del análisis, el *test* es hoy, además de un procedimiento práctico, un método importante en la investigación de la psicología teórica y aplicada.

Nació el análisis factorial con nuestro siglo y en él se ha desarrollado en numerosas direcciones. Surgió en relación con el problema de la inteligencia, se extendió pronto al campo de las aptitudes cognoscitivas y motoras, y, más paulatinamente, al

terreno complejo del temperamento y la personalidad. Hoy se aplica en todos los sectores de la psicología y en otras ciencias humanas y sociales. Muy discutido aún, y sin duda discutible, constituye una de las conquistas típicas de la psicología actual y, por lo que a nuestro tema respecta, el fundamento más serio y coherente de la teoría de los *tests*.

Sin una visión clara de lo que significa es hoy difícil aplicar con rigor y fruto el método de los *tests* e imposible comprender la bibliografía psicológica actual en lo que a los *tests* y sus aplicaciones concierne.

No puedo ofrecer aquí una explicación minuciosa del análisis factorial. En la orientación bibliográfica que incluyo al final podrá encontrar el lector interesado las referencias oportunas para un estudio completo. Mi propósito, ahora, es exponer tan sólo el sentido general del método y procurar una visión panorámica de su lógica y sus resultados.

El análisis factorial y la validez de los tests

Todo *test* consta de dos partes: el *test* y su manual. El *test* es el procedimiento de diagnóstico, estimación o medida. El manual es la justificación científica de ese procedi-

* En B. Szekeli (Ed.) (1966). *Los tests*, (pp. 153-178). Buenos Aires: Kapelusz.

miento. Si falta alguna de estas dos partes no hay *test*, aunque pueda parecerlo¹.

El manual de un *test* cumple dos funciones: explicar y demostrar. Explica lo que el *test* es, cómo se aplica e interpreta, para qué sirve. Demuestra que, en efecto, sirve para eso y que se debe aplicar e interpretar de esa manera. La parte demostrativa de un manual debe ofrecer la comprobación objetiva de, al menos, estas tres características del *test*: fiabilidad, validez y tipicidad.

Debe demostrar la estabilidad de las puntuaciones o resultados que el *test* suministra —*fiabilidad*—; debe mostrar lo que esos resultados significan —*validez*—; debe mostrar, finalmente, qué grupos de sujetos se han utilizado en estos estudios, en qué poblaciones pueden aplicarse el *test* y cuáles son las normas para interpretar en adelante los resultados —*tipicidad*—.

El requisito más importante de un *test* es, desde luego, su validez. Si no es válido; es decir, si no aprecia lo que dice apreciar, si no sirve para lo que dice servir, huelga todo lo demás.

Más, ¿cómo averiguar y comprobar la validez de un *test*?, ¿cómo indagar, por ejemplo, con suficiente rigor experimental, si una prueba de inteligencia lo es realmente? He ahí una de las cuestiones que siempre han preocupado a los que inventan y usan *tests*. He ahí uno de los problemas a los que, en cierto modo, hoy sólo puede contestarse mediante el análisis factorial; hasta tal punto que una buena definición, aunque incompleta, de éste sería la siguiente: el análisis factorial es un método para determinar científicamente la validez de los *tests*.

Hay dos modos fundamentales de averiguar la validez de un *test*. Uno es *extrínseco* y consiste en comprobarlo con un criterio externo al *test*. Otro es *intrínseco* y consiste en descubrir cuáles son los procesos y funciones que reclaman la solución del *test*.

Sea, por ejemplo, un *test* de inteligencia. ¿Cómo comprobar su validez?

Un modo de hacerlo es averiguar la inteligencia de los sujetos por algún procedimiento independiente del *test*, es decir, por algún criterio externo, como el juicio de personas que los conozcan, su éxito en ciertos estudios, tareas o trabajos que exijan inteligencia, etc. Si los resultados del *test* coinciden con los del criterio, el *test* es válido; tanto más, cuanto más se relacionen; tanto menos, cuanto menos relación haya entre ellos. La *correlación* entre el *test* y el criterio suele llamarse *coeficiente de validez* del *test*.

A nadie se le oculta el valor práctico y la insuficiencia teórica de este procedimiento. Es prácticamente insustituible porque a nada práctico conduciría un *test* de inteligencia que no guardara relación con ningún criterio externo, que no sirviera para nada en ninguna situación concreta, que estuviera en discrepancia sistemática con la inteligencia mostrada por los sujetos en su conducta diversa.

Un buen *test* de inteligencia tiene que servir para algo práctico y mostrar su valor en el servicio que rinde. De lo contrario, no sólo sería prácticamente estéril, sino también teóricamente discutible y sospechoso.

Pero, claro está, demostrar que un *test* tiene valor práctico no es lo mismo que averiguar por qué lo tiene. Si el *test* discrimina bien entre los alumnos mejores y peores ¿será porque aprecia su inteligencia o será por otra razón?

Si un *test* de inteligencia es válido servirá, desde luego, en las condiciones oportunas, para pronosticar el éxito en ciertos estudios o trabajos. Pero el que sirva para esto no garantiza el que sea verdaderamente un *test* de inteligencia.

En el fondo, el único medio de averiguar lo que el *test* aprecia es atender a los procesos que intervienen en su solución.

Ellos indicarán si el *test* es, pongamos por caso, de inteligencia, de memoria o de rapidez motora.

Pero, se dirá, ¿no es esto lo que se ha hecho siempre?, ¿no es claro que un *test* se denomina de inteligencia si exige razonar, de memoria si exige recordar y de rapidez motora si exige movimientos prestos?

La cosa no es, sin embargo, tan sencilla. Supongamos que el *test* de inteligencia se propone apreciar la capacidad de razonamiento de los sujetos. El propósito parece, en principio, sensato. Pero acerca del mismo cabe plantear los siguientes problemas: ¿Lo consigue el *test*?; es decir, ¿exige en verdad razonar?, ¿cómo comprobarlo?, ¿qué es razonar?, ¿hay un solo modo de razonar o hay varios? Si, como parece, hay varios, ¿son independientes entre sí, de manera que cada uno define una aptitud distinta, o hay algunos independientes entre sí y otros que no lo son, de manera que entre todos definen un número menor de aptitudes, o, finalmente, son todos interdependientes y manifiestan todos una y la misma aptitud?

Por otra parte, ¿cabe limitar la inteligencia al razonamiento? ¿No cubrirá también otras funciones y procesos, como abstraer, comparar, comprender, sintetizar, crear, adaptarse a nuevas condiciones, pasar con rapidez de una a otra hipótesis, acomodarse a la realidad, ser juiciosos y sensato, etc.?

Todos estos procesos ¿son o no independientes del razonamiento?, ¿constituyen con él una única aptitud, forman entre todos varias aptitudes o es cada uno una aptitud distinta?

En definitiva ¿cuántas son las aptitudes que cabe distinguir en el campo de la actividad inteligente?, ¿cuáles son?, ¿cuántos y cuáles son los rasgos fundamentales en los demás campos del psiquismo? Y, lo que es capital desde el punto de vista del método, ¿hay algún medio experimental de enfrentarse con estas cuestiones y abordar estos

problemas?

Si lo hay, ese será el procedimiento para comprobar intrínsecamente la validez de los *tests*. La validez de un *test* vendrá, en principio, indicada por la medida en que con él se aprecie uno o varios de los rasgos previa y experimentalmente determinados.

El análisis factorial pretende ser precisamente ese procedimiento.

El sentido del análisis factorial

Hemos señalado algunos de los problemas con que el análisis factorial se enfrenta. Veamos ahora cómo trata de resolverlos. El método es fundamentalmente matemático y, en apariencia, algo complicado. Pero su lógica es fácil de entender.

Se apoya en un concepto operativo —la unidad funcional—, y en dos procedimientos empíricos —el *test* y la correlación—.

Llamamos *unidad funcional* al conjunto de procesos que varían concomitantemente. Cuando, por ejemplo, dos o más aptitudes, como las que exigen varios *tests*, se presentan siempre juntas, de modo que los sujetos que poseen una de ellas poseen también las demás, y varían juntas, de modo que cada sujeto posee todas ellas en el mismo grado, todas esas aptitudes o actividades definen una unidad de función y pueden considerarse como manifestaciones diversas de una aptitud funcionalmente única.

El *test* sirve para suscitar las actividades y respuestas de los sujetos; la correlación, para indicar el grado de concomitancia entre las diversas respuestas.

Las correlaciones entre un número suficiente de *tests* que cubran un determinado campo de actividades, podrán, por consiguiente, indicarnos, en principio, los aspectos comunes entre dichas actividades y servirán para averiguar las unidades funcionales más o menos perfectas que entre todos definen.

Cada una de ellas será un *factor*.

Los *tests* aprecian directamente las diferencias individuales en la conducta de los sujetos ante ciertas situaciones.

Los resultados obtenidos por los *tests* indican que, en toda suerte de respuestas, las diferencias individuales son elevadas y manifiestan un cierto orden. Es decir, los individuos difieren entre sí, pero no de manera caótica, sino de modo más o menos sistemático: los sujetos se distribuyen de manera parecida en ciertos grupos de conductas; diversos aspectos de su comportamiento varían concomitantemente en ciertas poblaciones; un mismo individuo manifiesta un grado de eficacia o una intensidad relativamente constante en estos grupos de respuestas.

Esto significa que todas las respuestas no son independientes entre sí; que la conducta humana no varía en infinitas direcciones, tantas como situaciones y respuestas concretas, sino en un cierto número de ellas.

El análisis factorial pretende averiguar cuáles son estas direcciones de variación común o factores.

Un factor es, así, una dimensión de variabilidad del comportamiento, verificada por la covariación empírica de una serie de respuestas y definida por la significación común de esas respuestas².

Para identificar estos factores el analista procede según el método de investigación experimental. Estudia el campo de actividad en cuestión; formula las hipótesis oportunas acerca de cuáles son las dimensiones de variabilidad común en dicho campo; idea *tests* que, de ser ciertas sus hipótesis, permitan su verificación, y comprueba, finalmente, hasta qué punto los datos obtenidos en los *tests*, las correlaciones entre ellos y el análisis de esas correlaciones, confirman dichas hipótesis.

Así se han ido determinando diversos factores. Por ejemplo el de comprensión

verbal. Indica este factor que las respuestas del sujeto a *tests* diversos, como analogías verbales, comprensión de frases desordenadas, selección de sinónimos y opuestos, vocabulario, razonamiento verbal, etc., que plantean diferentes problemas pero que coinciden todos en reclamar la comprensión y manejo inteligente de material verbal, varían todas en una misma dirección, que es distinta de aquella en que varían otros tipos de respuestas, como las reclamadas por *tests* de inteligencia elaborados con material numérico o espacial. En general, los sujetos que sobresalen en cualquier de los *tests* verbales tienden a sobresalir también en los demás. Todos ellos definen un factor. Este factor resulta operativamente definido por lo que hay de común en esos *tests*: la comprensión verbal. Su verificación experimental viene indicada por la covariación empírica de todos los *tests* que reclaman dicha comprensión.

El análisis factorial descubre, de este modo, las dimensiones de variación común de la conducta. Cada una de estas dimensiones es un factor. El conjunto de factores constituye una clasificación general de los rasgos psicológicos y proporciona las categorías o aspectos comunes en función de los cuales se pueden describir, ordenada y sistemáticamente, las dotes y características de los individuos.

Los *tests* sirven para la investigación progresiva de estos factores y para, una vez determinados, apreciarlos y medirlos en los diversos grupos e individuos.

La historia del análisis factorial

El análisis factorial tiene una historia breve, pero compleja, rica y, en buena parte, apasionada. La he expuesto con algún detalle en otros lugares³. Aquí sólo indicaré la línea cardinal de su desarrollo.

Nace y se desarrolla a principios de siglo en Inglaterra. Su creador es Spearman. Basado en ideas anteriores de Galton y Pearson, Spearman inició en 1904 una larga serie de trabajos sobre las funciones cognitivas y elaboró su teoría del factor general.

Durante un cuarto de siglo se desarrolló una prolongada y fecunda polémica en torno al factor general y a sucesivas ampliaciones de la teoría. Sus principales protagonistas son Thomson y Burt, también ingleses.

A partir de 1930, aproximadamente, el método se extiende a otras latitudes, se reforma y renueva y, por obra principal de Thurstone, norteamericano, se aplica al campo total de las aptitudes cognitivas y motoras.

Sucesivamente se incorporan a la tarea numerosos autores americanos y europeos, entre los que se destacan Stephenson, Vernon y Eysenck, en Inglaterra; Kelley, Holzinger, Hotelling, Tryon, Guilford y Cattell en América; Meili en el continente europeo. y el método se extiende a nuevos campos: intereses, actitudes, temperamento y carácter, aprendizaje, rendimiento, problemas genéticos y de desarrollo, clasificación de tareas y profesiones, elaboración de baterías selectivas y otros sectores muy diversos en las ciencias psicológicas, pedagógicas, biológicas, sociales y hasta en las económicas y físicas.

Los grandes maestros son Spearman, Thomson, Burt y Thurstone. Spearman es el creador; Thomson, el crítico; Burt el erudito; Thurstone, el técnico. Las ideas de Spearman son las que dieron el impulso inicial y figuran aún, muy discutidas y modificadas, entre las más importantes. Las de Thomson han contribuido más que ninguna a la interpretación prudente y cauta de los factores; las de Burt han puesto en relación el análisis factorial con el campo más amplio de la psicología y de la teoría

científica en general; las de Thurstone han ampliado y consolidado las bases metodológicas de la técnica factorial: a él se debe el método que, con ligeras variantes, hoy aplican casi todos los investigadores.

Al lado de los maestros hay otros incontables científicos. Entre los de habla castellana figura en destacado lugar el argentino Horacio Rimoldi.

El amplio desarrollo del análisis factorial ha motivado la celebración de dos Congresos Internacionales sobre el tema, uno en Upsala y otro en París. Las actas de estos Congresos recogen los resultados generales, los asuntos más debatidos y los problemas actuales del método.

Las etapas principales del análisis factorial son, en esencia, dos.

La primera se extiende aproximadamente de 1904 a 1930. Spearman, Thomson y Burt son sus principales protagonistas.

Surge esta etapa de una observación de Spearman: las correlaciones entre *tests* cognoscitivos son positivas y jerárquicas. Se dice que una tabla de correlaciones es jerárquica cuando sus columnas son proporcionales.

Sobre esta observación elabora Spearman su teoría. Afirma ésta que todas las aptitudes puestas de manifiesto por los *tests* cognoscitivos dependen de dos factores: uno general —el factor *g*— común a todas ellas; otro específico —el factor *s*, de *specific*— peculiar y exclusivo de cada una.

Porque en todas las aptitudes interviene un mismo factor, todas están positivamente correlacionadas; porque en todas interviene también un factor específico, distinto e independiente de los que intervienen en las demás, las correlaciones no son perfectas, sino de cuantía variable y menor de la unidad; finalmente, porque el factor común es uno solo, las correlaciones son jerárquicas.

Spearman demuestra matemáticamente estas conclusiones. Si su teoría de las facto-

res es verdadera, las correlaciones deben ser positivas y jerárquicas. En la medida en que, de hecho, lo sean, la teoría queda verificada.

Spearman y sus colaboradores han probado que existe una clara tendencia hacia la ordenación jerárquica en muchas tablas de *tests* cognoscitivos. Han elaborado, asimismo, diversos métodos para calcular la cuantía en que cada *test* depende de *g*. Examinando los *tests* en que *g* interviene en mayor grado y los diversos grados en que interviene según el tipo de *test*, Spearman concluye que *g* es, fundamentalmente, la capacidad *abstractiva y relacionante* de los sujetos, lo que él llamó actividad *neogenética* o productora de conocimientos. La inteligencia general de los sujetos, aquello que está en la base de su actividad inteligente y que es común a todas sus aptitudes intelectuales y cognoscitivas, sería la *aprehensión y elaboración de relaciones y términos relacionados*, y se mostraría tanto más intensa y directamente cuanto más abstracto fuera el nivel en que la actividad del sujeto operase. Un buen *test* de *g* sería, por ejemplo, el de analogía de figuras⁴.

Apenas formulada la teoría, surgen contradictores. Thomson es el principal. Admite Thomson los mismos hechos, pero los explica de distinta manera. Las correlaciones son positivas y jerárquicas, no debido a un factor general, sino a las leyes del azar cuando operan sobre un fondo muy complejo de elementos independientes. La inteligencia —*the mind*, dice Thomson— está constituida por un conjunto muy numeroso de elementos sin conexiones ni estructura fija. Cada *test* requiere el uso de cierto número de elementos. No unos elementos determinados, sino un grupo cualquiera de ellos, con tal que sean en número suficiente. Cada *test* extrae una *muestra* aleatoria de los elementos. La correlación entre dos *tests* resulta del número de elementos que por azar son comunes en las dos muestras extraídas.

Thomson demuestra que, si esto es así, las correlaciones entre los *tests* deben ser positivas y jerárquicas. Lo demuestra con el mismo rigor matemático que Spearman. La *teoría muestral* de Thomson y la *teoría de los dos factores* de Spearman son igualmente compatibles con los hechos aducidos. El factor *g* sería, en la interpretación de Thomson, la riqueza de la inteligencia del sujeto, el número de posibilidades a su disposición, algunas de las cuales se aprovechan al responder a los *tests*⁵.

Ambas teorías son, pues, a pesar de muy profundas y reales diferencias, equivalentes desde el punto de vista de la explicación que dan a los hechos observados.

Pero ¿se dan realmente estos hechos?, ¿son las tablas de correlación realmente jerárquicas?

No del todo. Ambos autores lo admiten en seguida. La jerarquía se ve frecuentemente alterada por *tests perturbadores*. Si se eliminan, la jerarquía es perfecta. Si no, se rompe. Parece que entre los *tests* cognoscitivos, además de *g*, hay algo común a ciertos grupos de *tests* pero no a todos: hay factores *comunes* que no son generales.

Al principio estos *tests* solían eliminarse por perturbadores. Poco a poco se llega a reconocer su importancia y a descubrir al lado de *g* otros *factores de grupo* o comunes, como el *verbal*, el *numérico*, el *espacial*, el de *memoria*, el *lógico*, etc.

Thomson reconoce, asimismo, fiel a los hechos, que la inteligencia no es un todo indiferenciado, sino un conjunto estructurado en el que hay que distinguir regiones o unidades funcionales diversas.

Con ello la teoría original de un solo factor general o de un psiquismo indiferenciado se modifica profundamente y se enlaza con la que Burt venía sosteniendo: las correlaciones entre los *tests* indican que los rasgos psicológicos dependen, en cada campo, de un factor general, varios comunes de diversa

amplitud y tantos específicos como actividades o *tests*.

El procedimiento general del método, que Burt elabora con detalle, consiste en extraer en cada batería de *tests*, adecuadamente preparada, un factor general, restar su influjo de las correlaciones, extraer, a continuación, los factores comunes que todavía patentizan las correlaciones residuales y proseguir del mismo modo hasta anular dichos residuos⁶.

Así termina lo que he llamado la primera etapa del análisis factorial. Todos reconocen, a pesar de importantes diferencias en la interpretación, la existencia de un factor general, unos factores de grupo o comunes e innumerables factores específicos.

Una cosa no queda, sin embargo, clara. La única demostración rigurosa del factor general se apoya en la ordenación jerárquica de las correlaciones. Si ésta, como parece, no se da de hecho, ello puede deberse, como se pretende por entonces, a que la jerarquía existente está oculta y perturbada, pero también a que no haya tal jerarquía ni tal factor general, sino varios comunes, suficientes para explicar directamente las correlaciones observadas sin recurrir a otros supuestos.

Con estas ideas entra en escena Thurstone y comienza la segunda etapa del análisis factorial, al principio casi opuesta a la primera, después, complementaria y, en parte, coincidente.

La observación de Thurstone con la que se inicia el nuevo método es que las tablas de correlaciones son, desde el punto de vista matemático, *matrices* y que en su análisis pueden aplicarse las reglas, ya conocidas, del álgebra matricial. Por ejemplo, el número de factores distintos que implican las correlaciones de una tabla viene indicado por la *característica* de la misma considerada como una matriz.

La teoría general de Thurstone afirma que las actividades de los individuos son función de un cierto número de parámetros o atributos mensurables que intervienen en diferente combinación y cuantía en los diversos *tests*. El método factorial debe ser capaz de determinarlos objetivamente. Si uno o varios de ellos son generales es cuestión experimental y depende de lo que indiquen los hechos.

El método de Thurstone condujo al descubrimiento de un número crecido de factores en el campo de las aptitudes y en el de la personalidad. Se le conoce por ello con el nombre de *análisis multifactorial*. Es, como dije, el método más usado actualmente⁷.

La técnica del análisis factorial

¿En qué consiste propiamente este método? Trataré de dar una idea precisa del mismo, evitando, en lo posible, conceptos y demostraciones matemáticas⁸.

Todo estudio factorial consta de cuatro fases: preparación, factorización, rotación e interpretación.

La *preparación*, como en toda investigación científica, es la fase más importante. En ella se estudia el campo de la actividad humana en cuestión, se recoge la información existente y se formulan las hipótesis oportunas. Estas hipótesis se refieren al número e índole de los factores que se buscan. Según estas hipótesis, el investigador idea o selecciona los *tests* que sean, en principio, capaces de ponerlas de manifiesto, procurando cubrir todo el campo que se estudia, de modo que cada hipotético factor esté representado por varios *tests*. Estos *tests* son aplicados a la población conveniente y calculadas sus intercorrelaciones. Con éstas se forma la llamada matriz de correlaciones.

La segunda etapa es la *factorización*. El objeto de ella es averiguar el número de

factores comunes necesarios para explicar las correlaciones halladas. Hay varios procedimientos para lograr este propósito. Quizá el más usado es el método centroide.

El número de factores está determinado por las correlaciones y es asunto perfectamente resoluble por medios matemáticos.

Una sencilla explicación geométrica ayudará a comprender el método. Es fácil mostrar que la matriz de correlaciones puede representarse por una configuración de vectores. Cada *test* se representa por un vector. La longitud de cada vector está determinada por un valor de la matriz de correlaciones que se denomina comunidad. La posición de cada vector está determinada por las correlaciones del *test* correspondiente con los demás. El conjunto o configuración de vectores proporciona la misma información que la matriz de correlaciones y equivale a ella punto por punto.

El número de dimensiones del espacio en que se extiende la configuración vectorial es el número de factores que se buscan.

Si todos los vectores se sitúan en una misma recta, es decir, en un espacio de una dimensión, todas las correlaciones se explican por un solo factor común y general. Era el caso de la hipótesis de Spearman.

Si los vectores se extienden en un espacio de dos dimensiones, es decir en un plano, se necesitarán dos factores comunes.

Si los vectores se extienden en un espacio de tres o cuatro o n dimensiones, se necesitarán tres, cuatro o n factores comunes. Es claro que cuando se necesitan más de tres factores el espacio vectorial no corresponde a ningún espacio intuitivo ni puede representarse físicamente, pero puede manejarse matemáticamente con igual sencillez y rigor que en los casos anteriores.

Analizar factorialmente una matriz de correlaciones equivale a introducir en la configuración vectorial tantos ejes de coordenadas como dimensiones haya.

Los ejes pueden disponerse de cualquier manera con tal de que todos pasen por el origen de los vectores. Lo más sencillo y corriente es situarlos perpendicularmente entre sí.

Una vez colocados los ejes, o realizadas algebraicamente las operaciones equivalentes, se hallan las coordenadas de cada vector en cada eje. Cada vector es un *test*; cada eje, un factor; cada coordenada el coeficiente factorial de un *test* en un factor.

El conjunto de estas coordenadas constituye la matriz factorial, con tantas columnas como factores y tantas filas como *tests*. En cada fila se registran los coeficientes factoriales de cada *test*, es decir las coordenadas de cada vector en los diferentes ejes.

Para averiguar lo que significa cada factor hay que examinar, ahora, los coeficientes que en él tienen los diversos *tests*. Cada factor será aquello común a los *tests* que tengan coeficientes en él y que esté presente en pequeño grado en los que tengan coeficientes bajos y en alto grado en los que los tengan elevados.

Es claro que si los coeficientes de los *tests* dependen del lugar en que se hayan situados los ejes, y si, al mismo tiempo, los ejes se han situado en cualquier lugar, por mera comodidad matemática, no hay ninguna razón para suponer que estos coeficientes tengan significación psicológica alguna. No pueden ser, pues, interpretados en esta fase.

La *rotación* es, precisamente, la operación por la cual los ejes se giran hasta una posición que tenga, por razones teóricas generales, una significación psicológica. La rotación puede hacerse de diferentes maneras, según distintos criterios. El más usado es el que Thurstone denomina *estructura simple*.

Consiste en girar los ejes hasta una posición tal que cada vector tenga proyecciones significativas en el mínimo número de ejes.

La lógica de este procedimiento es sencilla. Si en el campo que se estudia operan de hecho diversos factores distintos y hemos ideado diversos *tests* que los ponen de manifiesto clara y discriminativamente, de modo que unos *tests* dependen de un factor y otros de otro, pero ninguno o casi ninguno de todos los factores, tendremos una configuración en la que los vectores se agrupan en constelaciones distintas.

Cada constelación estará formada, en el caso ideal, por los *tests* que dependen de un factor y son independientes de los demás. Si pasamos los ejes por esos grupos de vectores tendremos una estructura simple que reflejará la hipótesis supuestamente verdadera⁹.

Si no puede hallarse esta estructura es que la hipótesis era falsa o que hemos sido incapaces de ponerla de manifiesto por los *tests* ideados o los sujetos examinados.

Si los ejes pueden girarse hasta una posición de estructura simple hallaremos las coordenadas de los vectores en los nuevos ejes y con ellas formaremos una nueva matriz factorial. Ella nos mostrará los coeficientes factoriales de los *tests* en los nuevos factores representados por los ejes de la estructura simple.

Comienza entonces la cuarta y última fase del análisis: la *interpretación*.

En ella, y según dije anteriormente, se averigua la significación de cada factor examinando los procesos que intervienen en todos los *tests* que dependen de él. La definición psicológica del factor se hará en función de lo que parezca ser común a todos o menos elevados sus coeficientes factoriales en él. La interpretación de cada factor debe ser coherente asimismo con el hecho de que otros *tests* tengan coeficientes nulos en él y con la circunstancia, si se da, de que uno o varios *tests* tengan coeficientes en ese factor y en otro u otros diferentes.

Si el investigador es capaz de ofrecer una interpretación fielmente respetuosa con

el conjunto de coeficientes factoriales, queda todavía por ver si ella confirma las hipótesis iniciales que dirigieron el análisis o difiere en parte o totalmente de ellas.

En cualquier caso, los resultados obtenidos y las interpretaciones avanzadas en un análisis tendrán carácter provisional, en tanto sean confirmadas en sucesivos estudios factoriales, en otros de carácter más directo y experimental, y finalmente, incorporadas al sistema general de la psicología. Sólo en función de éste podrán los factores ser interpretados con la suficiente garantía y adecuada significación psicológica.

Los factores hallados por este procedimiento suelen estar correlacionados. Sus correlaciones indican que son rasgos o aptitudes distintos pero no independientes. Cabe, pues, formar con ellas una nueva matriz de correlaciones y someter esta matriz a un nuevo análisis. Se descubren así factores de segundo orden, más generales y amplios, que ponen en conexión el análisis multifactorial con las ideas predominantes en la que hemos llamado primera etapa del método.

Los resultados

El análisis factorial, en su medio siglo de existencia, ha dado abundantes frutos. Varias decenas de libros y varios millares de trabajos ofrecen resultados copiosos, no siempre claros, difíciles de armonizar en un todo coherente. Presento a continuación un resumen esquemático que pueda servir de guía provisional y aproximada al lector y le haga más fácil adentrarse en el estudio de los textos y fuentes directas que en la bibliografía le indico.

Empezaré resumiendo los puntos de acuerdo actuales y expondré a continuación el panorama general de los resultados.

Los puntos de acuerdo son, principalmente, tres.

1º) El análisis factorial es hoy un análisis multifactorial. No basta con un factor común para explicar las correlaciones empíricas; hay que reconocer la existencia de varios y aun muchos.

2º) Los diversos factores comunes descubiertos en el campo de las aptitudes y de la personalidad no son independientes, ni simples, ni se sitúan todos en el mismo nivel de generalidad.

Guardan, por el contrario, múltiples relaciones entre sí; son complejos y en el campo cubierto por cada uno pueden descubrirse, con un análisis suficientemente fino, otros factores; y, finalmente, esta complejidad y aquellas relaciones muestran que unos son más generales que otros y entre todos se extienden desde los aspectos más generales a los más particulares y concretos de la conducta.

3º) Todos estos factores forman, al menos descriptivamente, una jerarquía o conjunto relativamente ordenado. Existen varios factores generales, comunes a todos o casi todos los rasgos noéticos u oréticos; varios factores, más numerosos pero menos generales, comunes a ciertos campos amplios del psiquismo y, finalmente, numerosos tipos de subfactores de amplitud decreciente.

Es incluso posible, aunque en esto ya no hay acuerdo, que esta jerarquía corresponda, al menos parcialmente, a una real ordenación psicológica, siendo los factores de menor amplitud diferenciaciones, en parte genéticas en parte adquiridas, de los más generales y estando todos integrados en la relativa unidad funcional del comportamiento.

Vistos los puntos de acuerdo, pasemos al panorama general de los resultados, que habrá de ser, lo repito, por fuerza sumario y aproximado.

En el terreno cognoscitivo, las dimensiones principales están representadas por los factores siguientes:

1) Un factor *general*, denominado *g* y caracterizado por las notas de abstracción y neogénesis. Los *tests* que mejor parecen medirlo son los que exigen comprender y manejar mentalmente relaciones abstractas. Entre ellos se destacan el *test* de Dominó y las Matrices de Raven¹⁰.

2) Varios factores de gran extensión, no bien estudiados todavía, que quizá reflejen aspectos diversos del factor general y que constituyen como él propiedades generales de la conducta cognoscitiva e incluso abarcan algunos aspectos afectivos y caracterológicos. Tales, por ejemplo, los factores de *estructuración* y *flexibilidad* encontrados varias veces entre los de primero y segundo orden y que parecen indicar la facilidad para estructurar en un todo datos diversos y para pasar rápidamente de un punto de vista a otro distinto y más fecundo. Ambos factores se revelan en *tests* de muy variada índole: abstractos, verbales, perceptivos y motores; por ejemplo, las figuras de Goltschaldt, los cubos de Kohs, los dibujos camuflados, la coordinación bimanual y diversos *tests* de analogías¹¹.

3) Un número mayor de factores comunes a muchos rasgos cognoscitivos pero no a todos. Los que han sido determinados con mayor precisión y confirmados reiteradamente son el *verbal*, el *espacial*, el *numérico*, el de *razonamiento*, el de *memoria* y el *perceptivo*. Todos ellos son más o menos interdependientes y complejos manifestando, al integrarse en la conducta, nuevas direcciones de variación común; unas más amplias, expresadas por los factores generales y de segundo orden, otras más restringidas que corresponden a factores de menor extensión.

En el campo *verbal* se han revelado dos tipos de factores: los de *comprensión* y los de *producción verbal*. Destaquemos entre los

primeros el llamado *factor V*, definido por *tests* de razonamiento verbal, sinónimos y autómatos, frases desordenadas, frases incompletas, definiciones verbales, etc., y entre los últimos el *factor W*, de *fluidez verbal*, caracterizado por tareas como escribir el mayor número posible de palabras que empiecen o terminen por una o más letras, o que, de alguna manera, se agrupan en cierta categoría.

En el campo *espacial* destacan, entre varios menos claros, dos factores bien determinados: el que pudiéramos llamar *espacial estático* y que se mide por *tests* en los que el sujeto tiene que imaginarse el aspecto de objetos rígidos en diversas posiciones, y el *factor dinámico* que se refiere al manejo mental de relaciones espaciales y a la visualización de figuras que cambian de forma o estructura al moverse. *Tests* clásicos de estos factores son los de figuras invertidas, ensamble de bloques, doblado de papel, desarrollo de superficies, movimientos mecánicos, etc. La *aptitud mecánica* parece estar formada en gran parte por estos factores, los cuales intervienen asimismo ampliamente en los llamados *tests* de *inteligencia práctica*, como la escala de Alexander.

En el campo del *razonamiento* la situación es menos clara. Se han propuesto diversos factores, entre los que se destacan el *inductivo*, caracterizado por *tests* como series de números, de letras, de palabras, etc., y el *deductivo*, representado principalmente por *tests* de silogismos. La distinción entre estos dos factores, clara en principio, no parece firmemente establecida desde el punto de vista experimental.

En relación con el razonamiento, otros factores de tipo formal y que afectan a diversos contenidos han sido señalados y son en la actualidad objeto de discusión y estudio. Por ejemplo, los de inspiración gestalista, entre los que figuran los de *flexibilidad* y *estructuración* antes citados, así como los

propuestos por Meili: *plasticidad* o facilidad para romper una estructura y originar una nueva organización del campo perceptivo o intelectual; *complejidad* o capacidad de comprender y manejar mentalmente estructuras complejas; *fluidez ideativa*, y *globalización* o capacidad de formar un todo. Los factores de Meili son altamente sugestivos, pero no parecen haber sido determinados con suficiente rigor. Otros factores intelectuales han sido propuestos por la escuela de Thurstone, por Guilford y sus colaboradores y por otros analistas; por ejemplo, los llamados de *organización (planning)*, *integración*, *juicio práctico*, *inventiva*, etc.

El factor *numérico* representa directamente la facilidad para realizar rápidamente operaciones aritméticas sencillas, aunque con él se relacionan otras operaciones de cálculo y, en pequeño grado, el razonamiento matemático. Es posible que este factor sea más profundo y se refiera a la facilidad para hacer automáticos procesos habituales y realizarlos con destreza.

En el campo *perceptivo*, además de diversos factores relativos a contenidos sensibles —*visuales*, *auditivos*, etc.— se han revelado varios factores de tipo formal, hoy sometidos a intensa y prometedora investigación, como los de *rapidez*, *estructuración* (clausura) y *flexibilidad* perceptivas. El de rapidez está representado por *tests* de percepción de detalles, de figuras idénticas y distintas, etc.; el de estructuración, por figuras incompletas y palabras mutiladas; el de flexibilidad, por las figuras de Goltschaldt antes mencionadas.

Respecto de la *memoria*, no parece corresponder a este concepto tradicional ninguna aptitud unitaria experimentalmente determinable. Los aspectos lógicos están en su mayor parte comprendidos en los factores generales y de razonamiento. Los aspectos meramente repetitivos guardan entre sí escasa correlación. Un factor de memoria iterati-

va ha sido señalado por varios autores, pero su amplitud y estabilidad parecen pequeñas. Se ha distinguido también entre un factor de *memoria inmediata* y otro de *memoria remota*.

En el campo *motor*, fuera de los aspectos a que se refieren los *tests* de habilidad mecánica y de inteligencia práctica, que, como queda dicho, están cubiertos por *g* y los factores de razonamiento y espaciales, se han hallado algunas aptitudes comunes, de extensión y estabilidad muy limitadas, como las de *fuerza, rapidez, destreza, coordinación y ritmo*¹².

En el campo de la personalidad la situación es aún más compleja. Los factores propuestos son muy discutidos y, aunque de ellos ha recibido un gran impulso la teoría de los *tests* y a ellos se deben muchos otros nuevos, sobre todo en forma de cuestionario, de hecho su impacto ha sido menor que en el terreno de las aptitudes y su significación no parece todavía clara.

En los aspectos temperamentales y caracterológicos parecen destacar dos grandes factores bipolares: *estabilidad emotiva-neuroticismo* y *extraversión-introversión*; junto a ellos o como divisiones más especiales de ellos, se han defendido otros factores como *psicoticismo, depresión, tendencia cicloide, introversión social, introversión intelectual, ratimia* o ánimo alegre y desprecupado, *dominio-sumisión, inferioridad,*

dinamismo, objetividad, espíritu de cooperación, simpatía, masculinidad-feminidad, etc. Numerosos otros aspectos afectivos, impulsivos y de referencia social de la personalidad han sido asimismo sometidos a estudios factoriales. Quizá los resultados más importantes y seguros conciernen a los intereses profesionales y a las actitudes sociales.

Los intereses suelen agruparse en torno a unos pocos factores, entre los que destacan los referentes a intereses *científicos, sociales, lingüísticos y comerciales*.

Las actitudes sociales parecen variar en torno a dos grandes dimensiones señaladas por dos factores bipolares denominados *tendencia conservadora—tendencia radical* y *tendencia dura y realista—tendencia delicada e idealista*. Entre los estudios principales en este campo figuran los de Eysenck, Guilford, Cattell y Thurstone¹³.

Como complemento de este esquemático resumen el lector puede consultar la lista de factores que se incluye en el *Vocabulario de la psicología*, de H. Piéron¹⁴, las referentes a factores de aptitud en los libros de Oléron y Frech y la de factores de personalidad de este último autor. Los textos de French y, más detalladamente, el de Oléron describen asimismo los *tests* utilizados en la determinación de cada factor. Las referencias a estas fuentes se encuentran en la bibliografía que a continuación ofrezco.

Orientación Bibliográfica

I. Obras generales

1. Las obras fundamentales

Las obras principales del análisis factorial son las cuatro siguientes. Entre ellas están expuestos los cuatro sistemas originales de mayor interés teórico y los conceptos y procedimientos metodológicos fundamentales:

LOS TESTS Y EL ANÁLISIS FACTORIAL

- Spearman, C. (1927). *The abilities of man*. Nueva York: Macmillan.
- Thomson, G.H. (1948). *The factorial analysis of human ability*. Londres: University of London Press (3ª edición).
- Burt, C. (1941). *The factors of the mind*. Nueva York: Macmillan.
- Thurstone, L.L. (1947). *Multiple factor analysis*. Chicago: Univ. of Chicago Press.
- De la obra de Spearman hay traducción: *Las habilidades del hombre*. Buenos Aires: Paidós, 1955.

2. Las variaciones metodológicas

Una exposición de los métodos que hoy se utilizan se encuentra en las obras antes citadas de Burt y, sobre todo, de Thurstone. Hay, sin embargo, otros procedimientos y variantes. Los de mayor importancia se hallarán en las publicaciones siguientes:

- Kelley, T.L. (1928). *Crossroads in the mind of man*. Stanford Univ., California: Stanford Univ. Press.
- Kelley, T.L. (1935). *Essential traits of mental life*. Cambridge: Harvard Univ. Press.
- Hotelling, H. (1933). Analysis of a complex of statistical variables into principal components. *Journal of Educ. Psychol.*, 24, 417-441, 498-520.
- Tryon, R.C. (1939). *Cluster analysis*. Ann Arbor, Edward Bros.
- Holzinger, K.J. y Harman, H.H. (1941). *Factor analysis*. Chicago: Univ. of Chicago Press.
- Lawley, D.N. (1943). The application of the maximum likelihood method to factor analysis. *Brit. J. Psychol.*, 33, 172-175.
- Emmett, W.G. (1949). Factor analysis by Lawley's method of maximum likelihood. *Brit. J. Psychol., Statist. Sect.*, 2, 90-97.
- Meili, R. (1946). *L'analyse de l'intelligence*. Ginebra: Arch. Psychol., 31, 1-64.
- Delaporte. *Une méthode d'analyse des corrélations*. París: C.R. de l'Acad. des Sciences. 1939, núms. 208 y 209; 1946, núm. 222.
- Darmois, M.G. (1949). *L'analyse des corrélations*. París: Université de Paris.
- Eysenck, H.J. (1950). Criterion analysis: an application of the hypothetico-deductive method to factor analysis. *Psychol. Review*, 57, 38-53.
- Guttman, L. (1954). *A new approach to factor analysis: The radex*. En el libro de Lazarsfeld, P.F. *Mathematical thinking in the social sciences*. Glencoe, Illinois: The Free Press, 258-348.
- Stephenson, W. (1954). *The study of behavior. Q-Technique and its methodology*. Chicago.
- Ahmavaara, Y. *Transformation analysis of factorial data*. *Annales Academiae Scientiarum Fennicae*. Helsinki, 1954, y *On the unified factor theory of mind*. *Ibidem*, 1957.

Las actas de los Congresos de Upsala y París ofrecen una idea del estado actual del método, así como de los problemas teóricos, metodológicos y prácticos que más interés suscitan entre los investigadores:

- Upsala symposium on psychological factor analysis*. Nordisk Psychologi, Monograph Series, núm. 3, 1953.
- L'analyse factorielle et ses applications*. Centre National de la Recherche Scientifique, París, 1956.

3. Obras y artículos generales en castellano

- Barbado, M. (1947). La teoría factorial de Spearman. *Revista de Filosofía*, 21, Madrid, 181-221.
- Covello, H.L. (1955). *Los factores mentales de Spearman y las potencias escolásticas*. Córdoba, Argentina: Univ. de Córdoba.
En los dos trabajos anteriores se expone el significado del análisis factorial de Spearman y se examinan sus relaciones con la psicología escolástica.
- Díaz Molano, E. (1941). *Hacia una teoría matemática de las aptitudes*. An. Psicot., Rosario, 1, 5-18.
Es una exposición breve y elemental de los métodos de Spearman y Thurstone.
- García de Onrubia, L.F. (1949). *Ensayo sobre la teoría de la inteligencia de Spearman*. Buenos Aires: Univ. de Buenos Aires.
Se encontrará en esta obra una exposición crítica de los supuestos filosóficos y culturales del análisis factorial.
- Moore, T.V. (1948). *Conferencias de psicología dinámica*. Madrid: Instituto San José de Calasanz de Pedagogía, C.S.I.C.
La obra contiene algunos capítulos en donde el autor expone diversos conceptos teóricos y aplicaciones experimentales del análisis factorial.
- Rimoldi, H.J.A. (1948). *Análisis factorial*. Buenos Aires: Ciencia e investigación, 1, 7-14.
Es una exposición sucinta, clara y precisa del sentido matemático y psicológico del análisis factorial, hecha por uno de los investigadores que han contribuido significativamente a su desarrollo, sobre todo en estudios publicados en inglés acerca de factores de segundo orden que enlazan las doctrinas multifactoriales con las ideas de Spearman.
- Thurstone, L.L. (1950). Implicaciones psicológicas del análisis factorial. *Rev. Psicol. Gral. Aplic.*, 13, 19-36.
Examina el autor en este breve artículo las posibilidades del análisis factorial como método de investigación psicológica.
- Van der Veldt, J.A. (1947). *Cuestiones de psicología*. Madrid: Instituto San José de Calasanz de Pedagogía, C.S.I.C.
Se incluye en esta obra una exposición sencilla de los diversos sistemas factoriales, especialmente en las págs. 53-78.
- Yela, M. (1956). *Psicología de las aptitudes: El análisis factorial y las funciones del alma*. Madrid: Gredos.
Es una exposición histórica y sistemática de los métodos y teorías factoriales, principalmente de Spearman, Thompson, Burt y Thurstone, con una última parte dedicada al examen de la significación psicológica de los factores.
- Yela, M. (1957). *La técnica del análisis factorial*. Madrid: Biblioteca Nueva.
Es una explicación elemental de los métodos factoriales, con ejemplos concretos de cada fase del análisis. Está escrita como complemento de la obra anterior.

II. Aplicaciones y Resultados

Las obras que se citan a continuación presentan un resumen sistemático de los resultados obtenidos por el análisis factorial en los diversos campos psicológicos.

1. Aptitudes

Dodd, S.C. (1928). The theory of factors. *Psychol. Rev.*, 35, 211-234; 261-279.

LOS TESTS Y EL ANÁLISIS FACTORIAL

Se expone en estos dos artículos el panorama del análisis factorial en su primera época, centrado en torno al concepto de *g*.

Wolfe, D. (1940). *Factor analysis to 1940. Psychometric Monographs, 3*. Chicago: Univ. of Chicago Press.

La fuente más completa de los trabajos teóricos y de investigación experimental, desde 1928 hasta 1940.

Burt, C. (1949). The structure of the mind: A review of the results of factor analysis. *Brit. J. Educ. Psychol., 19*, 100-111, 176-199.

Breve síntesis de los resultados del análisis factorial ordenados según las líneas generales de la teoría de Burt.

Vernon, P.E. (1950). *The structure of human abilities*. Londres: Methuen.

El resumen más completo hasta la fecha de los resultados factoriales obtenidos en el campo de las aptitudes.

Spearman, C. y Jones, L.W. (1950). *Human ability*. Londres: Macmillan.

Resumen y continuación del libro de Spearman *The abilities of man*. Sistematización de los resultados del análisis factorial de las aptitudes según los principios de la teoría de Spearman, con un reconocimiento explícito de la importancia de los factores de grupo.

French, J.W. (1951). *The description of aptitude and achievement tests in terms of rotated factors*. Chicago: Univ. Chicago Press.

Resumen sistemático de los resultados factoriales obtenidos por los diversos métodos que emplean el principio de la rotación de ejes para la interpretación psicológica de los factores.

Oléron, P. (1957). *Les composantes de l'intelligence d'après les recherches factorielles*. París: Presses Univ. France.

La obra más completa hasta la fecha sobre la teoría y los resultados factoriales en el campo de la inteligencia.

2. Personalidad

Los resultados del análisis factorial de la personalidad son hasta el presente menos seguros y estables que los obtenidos en el estudio de las aptitudes. Las obras principales a este respecto son:

Eysenck, H.J. (1947). *Dimensions of personality*. Londres: Kegan Paul.

Eysenck, H.J. (1952). *The scientific study of personality*. Londres: Routledge and Kegan.

Eysenck, H.J. (1953). *The structure of human personality*. Londres: Methuen.

Eysenck, H.J. (1954). *The psychology of politics*. Londres: Routledge and Kegan.

Cattell, R.B. (1946). *Description and measurement of personality*. Nueva York: World Book Co.

Cattell, R.B. (1950). *A systematic theoretical and factual study*. Nueva York: McGraw Hill.

French, J.W. (1953). *The description of personality measurements in terms of rotated factors*. Princeton: Educ. Test Service.

NOTAS

1. YELA, M. (1954). *El test como instrumento científico: Normas para la redacción de manuales de tests*. Rev. Psicol. Gral. Aplic., Madrid, IX, 32, 571-579.
2. Una exposición más completa de sus ideas acerca del sentido del análisis factorial y de la significación de los factores se encontrará en *Psicología de las aptitudes*, Madrid, 1956, y en el trabajo: *La signification psychologique de l'analyse factorielle* en la obra *L'analyse factorielle et ses applications*, París, 1956.
3. *Psicología de las aptitudes*, págs. 21-36.
4. Para una exposición más completa de la teoría y método de Spearman, véase: *Psicología de las aptitudes*, capítulos II y VI.
5. Véase: *Psicología de las aptitudes*, capítulos III y VII.
6. Véase: *Psicología de las aptitudes*, capítulos IV, V y VIII.
7. Véase: *Psicología de las aptitudes*, capítulos IV, V y IX.
8. En *La técnica del análisis factorial*, obra del autor de esta colaboración, Madrid, 1957, se hallará una exposición pormenorizada del método de Thurstone.
9. En rigor, la rotación hacia una estructura simple sigue un procedimiento ligeramente distinto. Para más detalles véase: *La técnica de análisis factorial*, capítulos VI y siguientes.
10. SPEARMAN, C.: *Theory of general factor*, Brit. J. Psychol., 1946, 36, 117, 131. YELA, M. *Psicología de las aptitudes*, págs. 127-140. P. OLÉRON, *Les composantes de l'intelligence*, París, 1957, págs. 124-175, 418-445. Véase también esta obra, tomo II.
11. YELA, M. *The application of the concept of simple structure to Alexander's data*, Psychometrika, 1949, vol. 14, nº 2, págs. 121-135.
12. Para una exposición de los factores de inteligencia y aptitud, véanse las obras de Wolffe, Burt, Vernon, French y Oléron, citadas en la bibliografía al final de este capítulo.
13. Véanse las obras de Eysenck, Cattell y French que se mencionan en la bibliografía.
14. Versión castellana en preparación. Editorial Kapelusz, Buenos Aires.