



Revista Electrónica de Metodología Aplicada

1996, Vol. 1 n° 1, pp. 30-38

URL:http://www3.uniovi.es/user_html/herrero/REMA/v1n1/a3v1n1.wp5

EL EFECTO INTERVENCION MEDIANTE LA METODOLOGIA DE BOX-JENKINS EN UN CASO DE MODIFICACION DE CONDUCTA.

José Ramón Escudero García
Depto. de Psicología
Universidad de Oviedo
e-mail:paula@pinon.ccu.uniovi.es

ABSTRACT

This is the case of an eight year old boy with problems in his reading and writing skills; after a deficient learning process in the mentioned skills as well as lack of attention, he is reinforced in the reading skill focusing the word.

The Time Series Theory is applied to check the effectiveness of the treatment according to Box-Jenkins approach. The applicability of the case is also analysed. The model which represents the series is built up and the intervention effect is checked by mean of Glass, Willson and Gottman approach (1975).

Key word: methodology, time series, box-jenkins.

1.- Introducción

Una serie temporal es una secuencia de observaciones ordenadas en el tiempo (Z_t), de algún proceso subyacente. Se asume que el intervalo de tiempo entre la observación en el tiempo t (Z_t) y la observación realizada en el tiempo $t+1$ (Z_{t+1}) es constante para cualquier valor de t .

Datos con las propiedades apuntadas son abundantes en las ciencias comportamentales, y se realizan, generalmente, con dos distintos tipos de propósitos: desarrollar modelos que expliquen los cambios aparecidos en la serie (nivel, tendencia, ciclos...) y modelos de predicción de resultados futuros.

El diseño cuasi-experimental de series temporales interrumpidas fue propuesto inicialmente por Campbell (1963) y Campbell y Stanley (1963) como medio de evaluar la importancia de la intervención en ambientes socio-comportamentales. A la hora de la comprobación del efecto intervención, el acercamiento más prometedor es la adaptación realizada por Glass et al. (1975) de los modelos ARIMA desarrollados inicialmente por Box y Tiao (1965) y Box y Jenkins (1976).

El presente artículo pretende ser una ejemplificación de la citada adaptación de Glass. Historia. C.F.M., niño de ocho años de edad, cursa 3º E.G.B. y es enviado a consulta porque presenta problemas de lectura y escritura, y ha sido diagnosticado con una presunta dislexia. La profesora dice que el niño no sigue la clase y al no disponer de tiempo para dedicarle en exclusiva, el niño empeora día a día.

El niño presenta una capacidad intelectual normal, alrededor de 100 (WISC). Aplicado el test Reversal, presenta un grado normal de desarrollo de la lateralidad. Procede de una familia sin problemas y preocupados por el niño.

En cuanto al problema que le trajo a consulta, los problemas de lectoescritura logra una velocidad lectora entre 30 y 40 palabras por minuto en textos de 100 palabras, con una media de unas siete u ocho faltas de lectura por cada 100 palabras y en copias de 50 palabras comete una media de unas 20 faltas de ortografía.

Hipótesis de trabajo. Se trata de un deficiente aprendizaje de la lectura y falta de atención durante la misma.

Tratamiento. Se elaboran textos de unas 100 palabras en los que sucesivamente se van ampliando los sonidos. El primer texto presenta únicamente las vocales y la m. En el segundo se amplía con la t, y así sucesivamente, hasta incluir todos los sonidos. Luego se pasa a las sílabas inversas y las sílabas mixtas.

La lectura toma como base la palabra, no descomponiéndola nunca en sílabas. Las frases son sencillas y cortas.

El niño lee los textos palabra a palabra, haciendo una pausa al finalizar cada palabra. Después lee el texto una segunda vez, tomando como base la oración.

Una vez leído el texto lo copia bajo la atenta mirada del terapeuta que trata de impedir cometa alguna falta.

Estos ejercicios se complementan con ejercicios de atención como búsqueda de errores en dibujos semejantes, tachado de signos.

2.- Análisis y resultados

Los resultados para la velocidad de lectura aparecen en la figura 1.

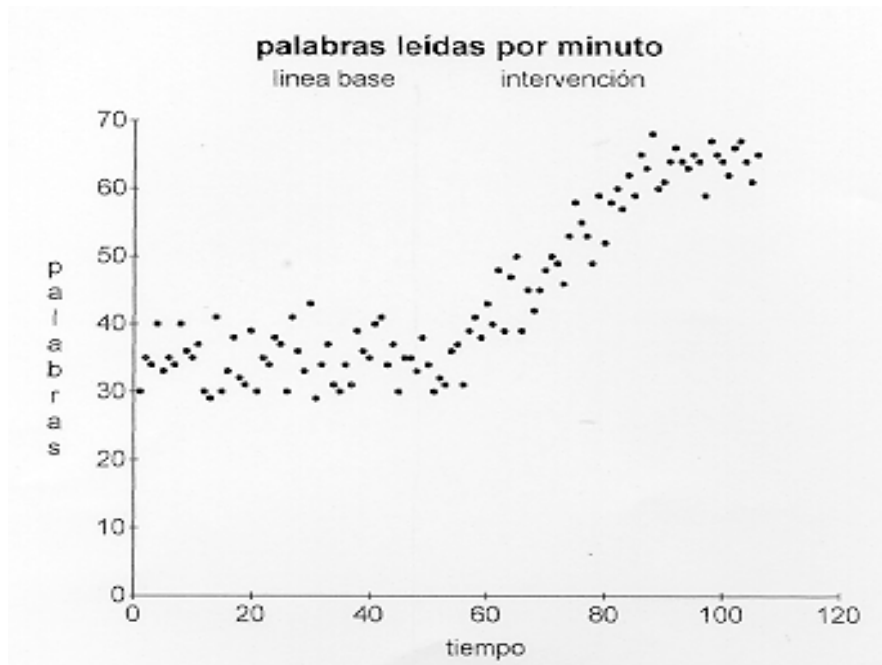


FIGURA:1

El modelo matemático utilizado en las series temporales es el concepto de proceso estocástico. Cuando en una serie la media permanece constante a lo largo de ella, se dice que es estable en media, mientras que cuando varía se dice que muestra tendencia. Si la varianza es estable a lo largo de la serie, diremos que es estable en varianza. Para la aplicación de los modelos ARMA es necesario que las series sean estables en media y varianza.

Si la serie no es estable en varianza se puede aplicar una transformación de la familia

$$\text{Box-Cox } Z^{(\lambda)} \begin{cases} \log Z & \text{si } \lambda=0 \\ Z^\lambda & \text{si } \lambda \neq 0 \end{cases} .$$

Si la serie no es estable en media diferenciaremos la serie hasta que desaparezca la tendencia.

Identificación del modelo.

La fase de identificación consiste en decidir si la serie es estable en varianza, o si por el contrario necesita ser transformada, si es estable en media o necesita ser diferenciada y decidir provisionalmente sobre los polinomios autorregresivo y de media móvil.

La representación gráfica de la serie nos da una primera idea sobre la estabilidad de la misma. En un gráfico de dispersión, la estabilidad en varianza estaría representada por el mantenimiento de un mismo grosor y misma densidad de la nube de puntos a lo largo de la serie.

Observando la figura 1, se puede observar una pequeña disminución del grosor a partir de la fase de intervención. La utilización de un gráfico dispersión-media puede ser un buen

instrumento para detectar la homogeneidad de la varianza (Peña Sánchez de Rivera, 1978, 1992). En la figura 2 se muestra un gráfico rango-media. Para realizarlo se dividen las puntuaciones en intervalos de 10 como se muestra en la siguiente tabla:

	Puntuaciones repartidas en intervalos										
		30	37	30	29	40	30	40	50	58	64
	35	30	35	34	41	32	48	49	60	66	66
	34	29	34	37	34	31	39	46	57	64	67
	40	41	38	31	37	36	47	53	62	63	64
	33	30	37	30	30	37	50	58	59	65	61
	35	33	30	34	35	31	39	55	65	64	65
	34	38	41	31	35	39	45	53	63	59	
	40	32	36	39	33	41	42	49	68	67	
	36	31	33	36	38	38	45	59	60	65	
	35	39	43	35	34	43	48	52	61	64	
Rango	10	12	13	10	11	13	11	13	11	8	5
Medias	35.2	34	35.7	33.6	35.7	35.8	44.3	52.4	61.3	64.1	64.17
Varianza	8.16	17	16.41	9.64	10.01	18.96	14.81	15.24	10.01	4.09	4.47

En la figura 2 se observa que los primeros intervalos se reparten alrededor de un punto sin una pauta fija, mientras en los últimos, después de la intervención, se produce un aumento de la media, mientras la dispersión muestra una ligera tendencia a la baja. Teniendo en cuenta que el último punto, el más bajo, corresponde a un intervalo con sólo 6 puntuaciones, sería apropiado aceptar la hipótesis de estabilidad de la varianza.

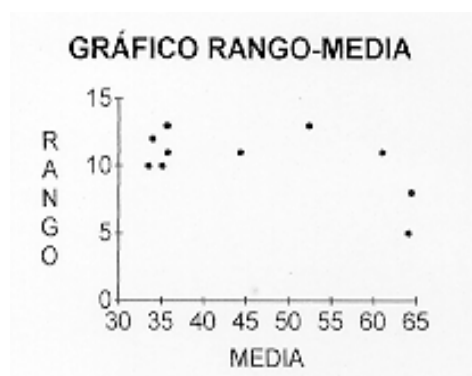


FIGURA:2

En los casos dudosos, podría utilizarse un contraste estadístico para la homogeneidad de la varianza entre los intervalos utilizados para el gráfico rango-media. Téngase en cuenta que los diseños de series temporales interrumpidas utilizados en Psicología, se trata de registros

de respuestas de un sujeto, que están consolidadas en el tiempo, por lo que en la línea base, tenderán a ser estables en media y varianza. Pero al realizar la intervención se espera haya un cambio en el nivel de la media, pero dicho cambio puede ir acompañado de un cambio en la varianza.

Para nuestra serie, realizamos el contraste de Cochran $R = \frac{\text{varianza mayor}}{\text{suma de las varianzas}}$.

A partir del cuadro 1 se halla el estadístico $R=0.15$, después de eliminar el último intervalo que consta de sólo 6 puntuaciones. Como $R_{(10,10;0.05)}=0,2439 > R=0,15$ no rechazamos la hipótesis de homogeneidad de las varianzas.

Observando la función de autocorrelación (FAC) en la figura 3, vemos que los coeficientes de autocorrelación decrecen lentamente, lo que nos sugiere la no estacionariedad de la serie, lo que también parece obtenerse de la inspección visual de la serie.

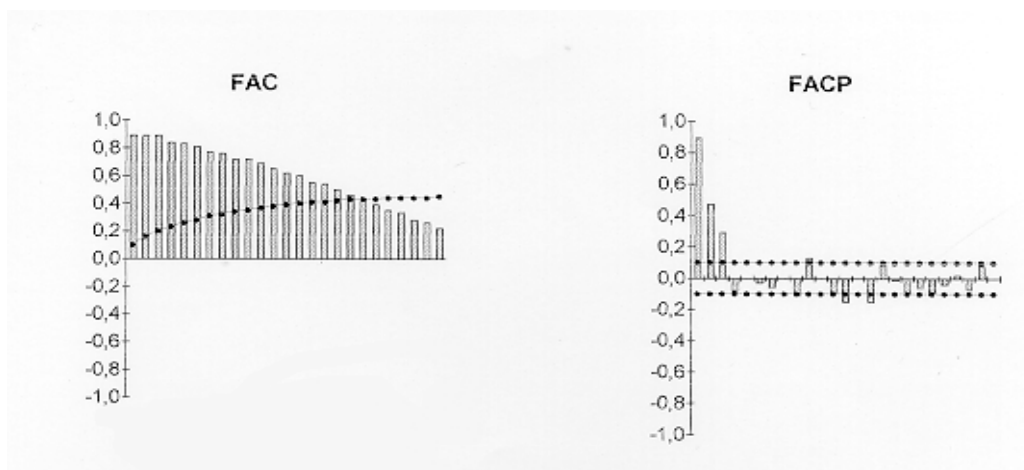


FIGURA:3

Una vez diferenciada la serie, la nueva FAC decrece exponencialmente hasta el retardo 12, aunque se recupera en retardos sucesivos. La función de autocorrelación parcial (FACP) se corta después del segundo retardo, lo que nos sugiere un modelo AR(2). Ambas pueden verse en la figura 4

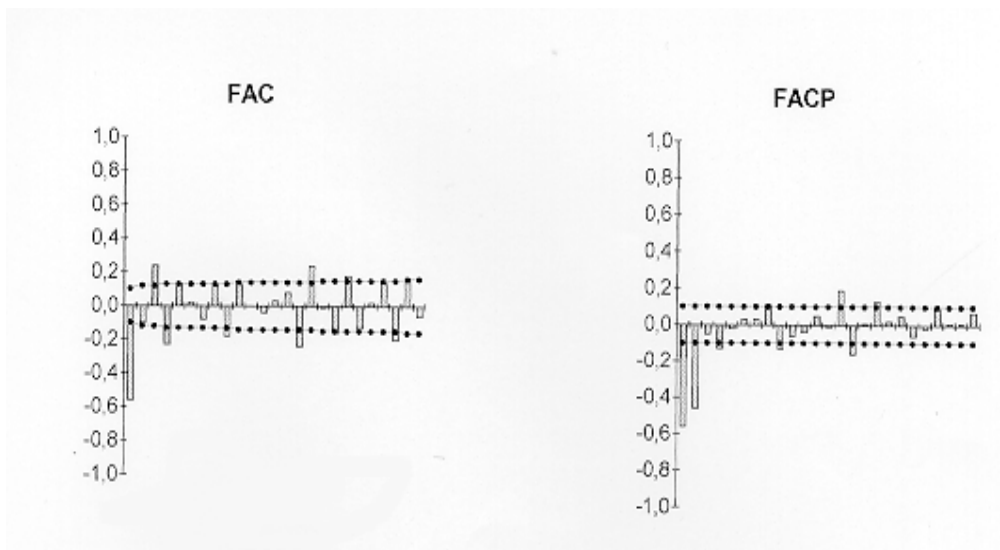


FIGURA:4

El modelo identificado tendría la siguiente estructura:

$$\nabla y_t = \phi_1 \nabla y_{t-1} + \phi_2 \nabla y_{t-2} \quad \text{en forma alternativa}$$

$$(1-B)y_t = \phi_1(1-B)y_{t-1} + \phi_2(1-B)y_{t-2} \quad \text{que desarrollado quedaría}$$

$$y_t = (1 + \phi_1)y_{t-1} + (\phi_2 - \phi_1)y_{t-2} - \phi_2 y_{t-3}$$

Estimación del modelo.

Hallando la regresión de la serie original, eliminadas las dos primeras observaciones, sobre la misma serie duplicada, pero eliminando del primer vector la primera y última observaciones, y del segundo vector las dos últimas observaciones obtenemos $\phi_1 = -0.809$

y $\phi_2 = -0.4593$.

El modelo quedaría de la siguiente forma $y_t = 0.19y_{t-1} + 0.353y_{t-2} - 0.457y_{t-3} + \epsilon_t$.

Validación del modelo.

Obtenemos los residuales mediante la expresión $\epsilon_t = y_t - 0.19y_{t-1} - 0.353y_{t-2} + 0.457y_{t-3}$.

Las correlaciones de la FAC y de la FACP, que pueden verse en la figura 5, no son significativas, lo que nos indica que el modelo es ajustado. Las hipótesis del modelo permiten que algún coeficiente salga fuera de la banda de significación.

Hallamos el estadístico Ljung-Box de significación de los coeficientes de correlación

$$Q^* = T(T-2) \sum_{\tau=1}^M (T-\tau)^{-1} r_{\tau}^2 = 25 \quad . \quad \text{Como } \chi^2_{.05,23} = 35.178 > Q^*, \text{ se acepta la } H_0 \text{ de no}$$

significación de los coeficientes de correlación.

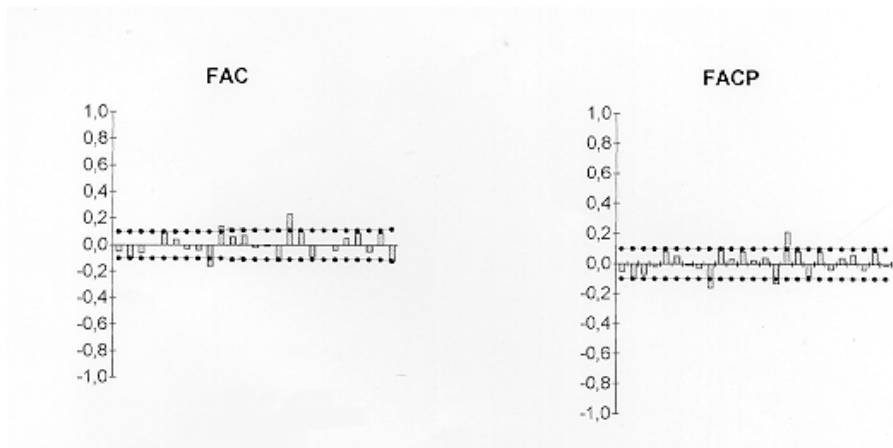


FIGURA:5

Prueba del efecto intervención

A continuación hallamos la recta de regresión de las puntuaciones sobre la variable intervención (0 para la línea base, 0,02; 0,04; 0,06; 0,08:... para la intervención, se supone un efecto gradual y permanente), transformando todas las puntuaciones de la regresión mediante la ecuación $y_t^* = y_t - 0.19y_{t-1} - 0.353y_{t-2} + 0.457y_{t-3}$

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ \dots & \dots \\ 1 & .02 \\ 1 & .04 \\ 1 & .06 \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{línea base} \\ \text{intervención} \end{matrix} .$$

La matriz transformada sería

$$X^* = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ .81 & 0 \\ .457 & 0 \\ .914 & 0 \\ .914 & 0 \\ \dots & \dots \\ .914 & .02 \\ .914 & .036 \\ .914 & .045 \\ .914 & .064 \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{array}{l} \text{l\u00ednea base} \\ \text{intervenci\u00f3n} \end{array}$$

La soluci\u00f3n m\u00ednimo cuadr\u00e1tica para el vector de par\u00e1metros

$$\beta^* = \begin{bmatrix} \hat{L} \\ \hat{I} \end{bmatrix} (X^{*'} X^*)^{-1} y^* = \begin{bmatrix} 35.307242 \\ 34.516052 \end{bmatrix} .$$

La ecuaci\u00f3n de regiresi\u00f3n quedar\u00eda definida de la siguiente forma:

$$y^* = 35.307(1 + 0.81 + 0.457) + 34.516 \cdot x$$

Aplicamos la prueba t a ambos estimadores mediante las expresiones $\frac{\hat{L} - L}{S_E \sqrt{c^{jj}}} \sim t_{N-2}$

y $\frac{\hat{I} - I}{S_E \sqrt{c^{jj}}} \sim t_{N-2}$ donde S_E es la ra\u00edz cuadrada de la varianza residual y c^{jj} es el j-\u00e9simo elemento

de la diagonal de la matriz $(X^{*'} X^*)^{-1}$.

Para el primer par\u00e1metro $t = 12.05$ y para el segundo par\u00e1metro $t = 4.97$. Como $t_{(>30, .01)} = 2.57$ se acepta la significatividad de ambos par\u00e1metros.

3-. Conclusi\u00f3n

En la figura 1, donde se recogen los datos originales, las puntuaciones durante la l\u00ednea base semejan ruido blanco. A partir de la intervenci\u00f3n se observa un cambio de tendencia, que se estabiliza en un nivel superior al final de la fase de tratamiento. Aunque no se muestra, se comprob\u00f3, a nivel estad\u00edstico, que las puntuaciones de la l\u00ednea base son ruido blanco, mientras que las puntuaciones de la fase de intervenci\u00f3n presentan una estructura AR(2), estructura que hereda la serie completa. Esta ausencia de tendencia en la l\u00ednea base, seguida de tendencia en

la fase de intervención puede considerarse como una prueba de la efectividad del tratamiento (Tyron, 1982).

En la prueba estadística presentada, al obtener parámetros altamente significativos en la recta de regresión, obtenemos significación estadística de un efecto gradual y permanente de la intervención.

C.F.M. cursa en la actualidad C.O.U., sin haber repetido ningún curso, y no han aparecido problemas relacionados con la lectoescritura.

4.- Referencias

- Box, G.E.P. & Jenkins, G.M. (1976). **Time Series. Forecasting and control**. San Francisco: Holden Day.
- Box, G.E.P. y Tiao, G.C. (1975). A change in level of a nonstationary time series. **Biometrika**, **52**, 181-192
- Campbell, D.T. (1963). From description to experimentation: Interpreting trends as quasiexperiments. En C.W. Harris (Eds): **Problems of Measuring Change**. Madison, Wisconsin: University of Wisconsin Press
- Campbell, D.T. y Stanley, J.C. (1963). Experimental and Quasi-Experimental Designs for Research. En N.L. Gage (Ed): **Handbook of Research on Teaching**. Chicago, IL: Rand McNally
- Glass, G.V.; Willson, V.L. y Gottman, J.M. (1975). **Design and Analysis of Time-Series Experiments**. Boulder, CO: Colorado Associated University Press.
- Peña Sanchez de rivera, D. (1978). La metodología de Box y Jenkins: una aplicación a la previsión del consumo de gasolina en España. **Información comercial española**, **542**, 135-152
- Peña Sanchez de Rivera, D. (1992). **Estadística. Modelos y métodos**. Vol 2. Madrid: Alianza Universidad
- Tyron, W.W. (1982). A simplified time-series analysis for evaluating treatment interventions. **Journal of Applied Behavior Analysis**, **15**, 423-429.