

NATURALEZA Y SIGNIFICADO DE LA DUREZA DE LOS MINERALES

J. SOLANS HUGUET y M. V. DOMENECH CASELLAS

TRABAJOS DE GEOLOGIA Solans Huguet, J. y Doménech Casellas, M. V. (1978).—Naturaleza y significado de la dureza de los minerales. *Trabajos de Geología*, Univ. de Oviedo, 10, 000-000.



Se comparan las diversas definiciones de dureza y se considera como válida la obtenida por un ensayo de penetración. A partir de esta dureza absoluta se define una dureza relativa obtenida mediante una escala logarítmica y se compara las correlaciones existentes a partir de estas definiciones con las deducidas por diversos autores. Asimismo se correlaciona esta dureza con diversas propiedades estructurales de los cristales: energía reticular relativa, distancia interatómica, número de electrones efectivos, energía del salto entre bandas y resistividad eléctrica. A partir de todo ello se plantea el significado físico de la dureza.

J. Solans Huguet y M. V. Doménech Casellas, Departamento de Cristalografía y Mineralogía, Universidad de Oviedo, España. Manuscrito recibido el 15 de junio de 1978.

La dureza es una propiedad que se ha usado para la identificación de los cristales. Tanto en el campo de la mineralogía como en el de la metalurgia la medida de esta propiedad suministra información sobre las fases cristalinas presentes en un sistema. Si bien la cuantificación de esta característica de los sólidos es reciente, los primeros métodos aparecen hace unos 150 años, ya era usada de modo cualitativo mucho antes. En el Lapidario de Alfonso X el Sabio de Castilla, que data del siglo XIII, aparecen frases como «Fuerte es y dura de quebrantar» para referirse a la dureza de una piedra, de modo que suministre información necesaria para la identificación del mineral.

En la aplicación de esta propiedad aparecen una serie de problemas que se pueden concretar en los siguientes puntos:

—Definición de la propiedad de modo que de dicha definición se deduzca un sistema de medida que permita obtener unos resultados comparables y significativos.

—Relaciones existentes entre la dureza y las características estructurales del mineral.

—Condiciones de trabajo que permitan la obtención de medidas reproducibles.

Es sobre los dos primeros puntos que versa el presente trabajo, existiendo sobre el tercer punto una nota anterior (SOLANS HUGUET 1975).

CONCEPTO DE LA DUREZA

Aunque pudiese parecer lo contrario, la dureza es una propiedad que no es fácil de definir. El término se usa en el lenguaje corriente tanto en sentido propio

como figurado, pero no siempre la palabra expresa el mismo concepto, como es fácil de observar comparando el sentido que dan a dicho vocablo personas con distintos niveles de formación.

La dureza mide la resistencia de un material a que se modifique su forma. Existen diversos mecanismos para realizar este proceso, lo que provoca el que los resultados de la medida de la dureza dependen del modo como se realice el ensayo. En las Tablas I y II se indican los distintos modos de definir la dureza

TABLA I.-Métodos de medir la dureza

MOHS	Comparación de la dureza por rayado con una escala de materiales de diez grados.
BREITHAUPT	Comparación de la dureza por rayado con una escala de materiales de doce grados.
POVARENYYKH	Comparación de la dureza por rayado con una escala de materiales de quince grados.
SEEBECK	Raya producida con una punta de diamante con una carga definida siendo la dureza medida por la profundidad de la huella.
TALMAGE	Mediante una escala de dureza de siete materiales obtenida a partir de la carga necesaria para producir mediante una punta de diamante una raya de profundidad definida.
SHORE	Pieza móvil dejada caer sobre el material midiendo la dureza a partir de la altura del rebote.
ROSIWAL	Dureza medida por la pérdida de peso del material tras una abrasión realizada en unas condiciones normalizadas.
WOODDEL	Escala de 43 grados definida a partir de la escala de Mohs y de ensayos normalizados de abrasión.
PLENDL	Dureza medida por la energía cristalina determinada por medios indirectos.

TABLA II.-Medida de la dureza por penetración

AUERBACH	Deformación producida por un penetrador semiesférico midiéndose la superficie de la huella.
BRINELL	Deformación producida mediante un penetrador esférico de acero midiéndose la superficie de la huella.
MEYER	Deformación producida por el penetrador Brinell midiéndose la superficie proyectada de la huella.
ROCKWELL	Escalas A, C y D. Deformación producida por un penetrador cónico de diamante, midiéndose la profundidad de la huella. Escalas B, F y G. Deformación producida por un penetrador esférico de acero de 1/16", midiéndose su profundidad. Escala E. Difiere por el diámetro del penetrador que es de 1/8".
BERKOVICH	Deformación producida por un penetrador de diamante piramidal trigonal, midiéndose la superficie de la huella.
SMITH Y SANDLAND	Huella producida por un penetrador, Vickers, cuya forma es una pirámide tetragonal midiéndose la dureza a partir de la superficie de la huella.
KNOOP	Deformación producida por un penetrador de diamante de forma piramidal rómbica, midiéndose la superficie de la huella.
GAHM	Medida de la dureza a partir de la variación de las dimensiones de las huellas producidas con el penetrador Vickers mediante ensayos a distintas cargas.
DOMENECH	Medida de la dureza a partir de las dimensiones de la huella de fuerza unidad deducida a partir de ensayos a distintas cargas.

que se han propuesto. Salvo en el caso del método de PLENDL y GIELISSE (1962, 1963) que por comparar la dureza con la energía cristalina se comentará en la segunda parte de este trabajo, nos referiremos brevemente a los restantes métodos.

Los distintos tipos de medida experimental de la dureza se pueden agrupar en:

-Comparación de la dureza de materiales distintos por métodos directos, roce entre materiales o línea de Kalb.

-Medida del esfuerzo necesario para producir una deformación definida previamente.

-Medida de la deformación producida por un esfuerzo normalizado.

-Elaboración matemática de una serie de medidas de modo que se tenga en cuenta la variación de la dureza producida por la aplicación de esfuerzos distintos.

La aplicación del esfuerzo necesario se puede producir por uno de los procesos siguientes: Rayado, abrasión, rebote y penetración.

Los métodos de rebote y abrasión, aunque de indudable interés en el caso de ciertas aplicaciones técnicas, presentan el inconveniente de que la respuesta de los materiales no puede ser tomada como indicativa del valor de la dureza, por ser debida a un mayor número de mecanismos actuantes. En el ensayo de dureza al rebote interviene de modo predominante la elasticidad, y la abrasión es un fenómeno complejo en el que junto a las propiedades mecánicas del cristal intervienen otras como la conductibilidad calorífica y el punto de fusión.

Al no construirse en la actualidad esclerómetros de rayado, esta técnica solo se usa en las escalas de dureza, en cuyo caso debe quedar claro que los números obtenidos no son realmente medidas pues sus características son las de los números ordinales.

De acuerdo con estas consideraciones se deduce que la mejor medida de la dureza se realiza midiendo la deformación producida a partir de esfuerzos normalizados aplicados mediante un penetrador de geometría conocida.

Respecto a los distintos penetradores propuestos debe tenerse en cuenta que los más idóneos para la medición de la dureza son los que admiten ser aplicados a todo tipo de materiales, ya que algunos de ellos o por sus dimensiones o por el modo de trabajo no son utilizables con materiales frágiles como son muchos minerales.

Como han comprobado diversos autores, las medidas de dureza obtenidas con diversos penetradores no son comparables, pues el esfuerzo, que obtenemos a partir de una misma fuerza, no es el mismo debido precisamente a la geometría del penetrador. Siguiendo las recomendaciones de la Comisión de Microscopía de Menas (C.O.M.) de la Asociación Internacional de Mineralogía se usa fundamentalmente el penetrador Vickers y las consideraciones que siguen se refieren a él.

Las mediadas de dureza Vickers se caracterizan por la existencia de una dispersión de los resultados obtenidos (SOLANS HUGUET 1975) que es mayor para los valores más altos de dureza. El campo de valores de dureza Vickers presenta

una gran amplitud, estando comprendido entre 1 y 10.000 aproximadamente. Dado el modo de medida de las unidades Vickers de dureza sus dimensiones son $L^{-1}MT^{-2}$, que corresponden a fuerza por unidad de superficie. Esto plantea el problema de que estas unidades corresponden a la presión, un escalar, o al esfuerzo, un tensor de segundo rango, lo que no es realmente la dureza. Por ello se prefiere hablar de números de dureza, muchas veces sin indicar las unidades, lo cual solo se podría hacer si se tratase de unidades relativas.

A causa de esta circunstancia la dureza Vickers no ha desplazado en el uso a las escalas de dureza, ya que éstas, por lo menos de modo aparente, suministran una medida de la dureza en una escala proporcional y generalmente con poca dispersión de los resultados experimentales, aunque existen excepciones a ello siendo el caso más citado el de la cianita. Por tanto continúa usándose la escala de Mohs, e incluso existen fórmulas (KHRUSHCHOW 1950, TABOR 1954, YOUNG y MILLMAN 1964) que intentan calcular a partir de la dureza Vickers una dureza Mohs con mayor precisión que la determinable directamente.

Al comparar dos sistemas de medición de una propiedad pueden suponerse tres posibilidades, que se indican en la Tabla III. En el primer caso se supone que existe proporcionalidad entre los errores absolutos de ambas medidas; en el segundo caso existe proporcionalidad entre el error absoluto de una medida y el error relativo de la otra; en el tercer caso la proporcionalidad ocurre entre los

TABLA III.-Ecuaciones de transformación entre sistemas de medida de dureza

1.º	$\Delta h = K \cdot \Delta v$	$h = Kv + A$	
2.º	$\Delta h = K(\Delta v/v)$	$h = K \ln v + A$	
	$\log v = 0,204 m + 1,5$		TABOR (1954)
	$h = \ln v$		Este trabajo
3.º	$\Delta/h = K(\Delta v/v)$	$h = Av^k$	
	$m = (v/10)^{0,33}$		KHRUSHCHOV (1950)
	$m = (v/10)^{0,4}$		YOUNG y MILLMAN (1964)
	$m = (0,20 h + 0,48)^3$		Este trabajo

h Dureza
m Dureza Mohs
v Dureza Vickers

errores relativos. TABOR acepta la segunda posibilidad mientras que KHRUSHCHOV por un lado y YOUNG y MILLMAN aceptan el tercer caso. En los tres casos se acepta como escala de referencia la de Mohs, la cual es alabada por TABOR mientras que YOUNG y MILLMAN copian el párrafo elogioso del trabajo de TABOR en el suyo. Los autores de estos trabajos comparan los valores de dureza Vickers de los nueve minerales que forman el inicio de la escala de Mohs y a partir de su confrontación obtienen la ecuación de transformación.

En el presente trabajo se relaciona la dureza Mohs con la dureza Vickers, usando el conjunto de datos que aparecen en el apéndice. En ella se recopilan los resultados experimentales tanto medidos por nosotros como otros obtenidos de la

bibliografía. En el caso de existir varios datos del mismo orden de magnitud, para un mineral se usan los que presentan una menor dispersión. En la Fig. 1 se representa la dureza Mohs frente a la dureza Vickers indicando la zona cubierta por los datos tabulados y las curvas de equivalencia definidas por diversos autores, así como la propuesta en este trabajo.

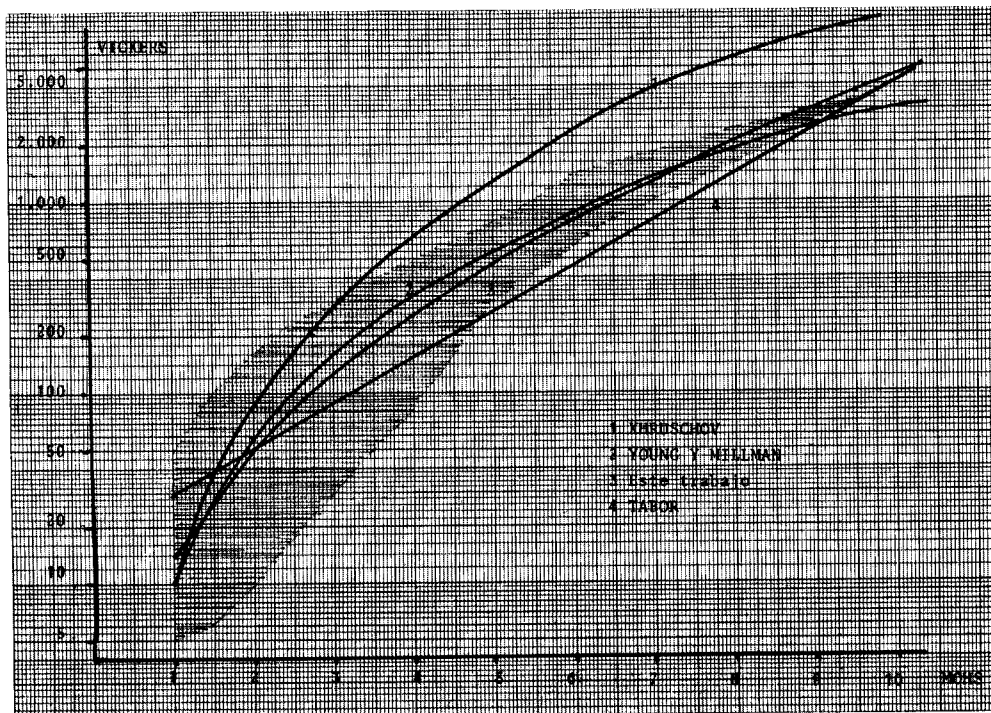


Fig. 1.-Diagrama representando la dureza Mohs frente a la dureza Vickers indicando la zona cubierta por los datos tabulados y las curvas de equivalencia definidas por diversos autores, junto con la curva propuesta en este trabajo.

Se debe tener en cuenta dos hechos: el primero es que a pesar de toda la importancia práctica que posee la dureza Mohs, los autores no aceptan que sea el modo ideal de definir una dureza relativa por los aspectos siguientes:

-Fuerte dispersión de los resultados obtenidos en un material cuando este presente una elevada dureza.

-Fuerte dispersión de valores medios de dureza cuando comparamos los valores de dureza Vickers en minerales a los que se da la misma dureza Mohs.

-Los valores de dureza Mohs no tienen significado cuantitativo y el concepto físico que representan no es claro.

Tal como había considerado TABOR (1954), la medida de la dureza relativa, para este autor la dureza de Mohs, forma una serie aritmética, mientras que la dureza Vickers aparece como una escala en progresión geométrica lo que indica una correspondencia entre el valor absoluto y el valor relativo de la dureza tal

como se expone en el segundo caso de la Tabla III. Por ello hemos definido como dureza relativa de un material a la que se obtiene según la expresión:

$$h = \ln v$$

siendo h la dureza relativa y v la dureza Vickers.

Esta dureza relativa no coincide con la dureza Mohs y de la comparación de ambas se ha obtenido como relación con mayor ajuste

$$m = (0,20 h + 0,48)^3$$

siendo m la dureza Mohs. El coeficiente de correlación entre la dureza Vickers y la dureza Mohs que se obtiene aplicando ambas ecuaciones es de 0,95, el cual se compara favorablemente con los valores obtenidos si aplicamos la ecuación de YOUNG y MILLMAN que es de 0,90 y si aplicamos la ecuación de TABOR que es de 0,84 en ambos casos teniendo en cuenta todos los minerales reseñados en el apéndice.

No se ha calculado el coeficiente de correlación para la ecuación de KHRUSHCHOV pues, como se ve en la Fig. 1 el ajuste de dicha ecuación con respecto a la distribución de valores es mucho peor que las restantes ecuaciones, principalmente en los valores altos de dureza.

SIGNIFICADO DE LA DUREZA

Existen diversos intentos de relacionar la dureza de los materiales con otras características. WOOSTER (1953) relaciona la dureza Mohs de diversos materiales de elevada simetría con el componente c_{11} del tensor constante elástica por la fórmula:

$$c_{11} \approx m^{7/4}$$

Dadas las características de ambas propiedades no puede suponerse que existe una relación directa entre ellas sino que la posible correlación será consecuencia de la acción de otras propiedades sobre ambas.

A partir de los estudios de FRIEDRICH (1926), GOLDSCHMIDT (1927) deduce una fórmula que relaciona la dureza de Mohs con la valencia de los iones, Z_1 y Z_2 , que forman el cristal y la distancia interatómica d

$$m = k Z_1 Z_2 / d^n$$

siendo k un factor estructural y n un exponente que puede variar dentro de cada tipo estructural. POVARENNIKH (1966) modifica la fórmula y en su última versión aparece

$$m = \alpha\beta\gamma \cdot k Z_1 Z_2 / d^2$$

que difiere de la anterior por dar el valor 2 al exponente n en todos los casos pero apareciendo los factores correctores α que depende de las cargas electrónicas de los átomos que intervienen, β que depende de la existencia de electrones de valencia no enlazados y γ que depende del número de coordinación.

PLENDL y GIELISSE (1962, 1963) consideran que la energía reticular por unidad de volumen sirve para la medida de la dureza. En su trabajo definen ésta mediante las escalas de Mohs y Wooddel y afirman que las durezas de penetración Vickers o Knoop no pueden emplearse como medida fiable de la propiedad. Esta energía por unidad de volumen tiene las mismas dimensiones que la dureza de penetración, $L^{-1}MT^{-2}$. Dichos autores obtienen unas ecuaciones de correlación entre la energía y la dureza de Mohs o de Wooddel, que difieren para dos tipos de substancias a los que llaman tipo A y tipo B en un primer trabajo y más tarde «hard core materials» y «soft core materials». Al poseerse datos de dureza Vickers más fiables se estudia qué validez tienen estas ideas cuando las referimos a la dureza relativa definida aquí. En la Tabla IV se recogen los valores de la energía reticular por unidad de volumen según los datos publicados por estos

TABLA IV.—Comparación de la energía reticular con la dureza relativa

	Energía reticular (Kcal/cm ³)	Dureza relativa
CaCO ₃	18,3	4,70
PbSe	19,9	3,85
Cu ₂ S	22,2	4,14
PbS	22,5	4,22
CdSe	23,1	4,71
Cu ₂ O	30,3	5,23
ZnSe	31,7	4,91
ZnS	34,5	5,28
MnS	37,0	5,09
FeS	43,3	5,70
ZnO	62,8	5,37
MnO	71,1	6,78
MgO	83,3	6,92
PbO ₂	94,0	6,24
SiO ₂	120,3	7,25
Ge	127	6,58
BeO	128,5	7,13
SnO ₂	129,7	6,96
TiO ₂	139,6	6,93
Al ₂ O ₃	151,4	7,81
Si	180	7,10
SiC	330	8,11
Diamante	1.350	9,08

autores y la dureza relativa definida como el logaritmo neperiano de la dureza Vickers. En la tabla se encuentran substancias de los dos tipos definidos por PLENDL y GIELISSE y puede observarse una única correlación, cuyo coeficiente es 0,954 y cuya ecuación es

$$\ln u = 0,71 h - 0,12$$

siendo u la energía reticular por unidad de volumen.

SAMSONOV y CHUPAKHINA (1968) relacionan la dureza Vickers de diversos elementos con sus propiedades eléctricas efectuando una correlación de ella con la resistividad eléctrica y con el salto energético entre las bandas de valencia y de conductividad.

Para comprobar todas estas ideas se han usado los valores publicados por VAN VECHTEN (1969) y que se indican en la Tabla V. En esta tabla solo aparecen materiales con las estructuras de los tipos esfalerita, wurtzita y diamante. Dadas las semejanzas de las tres estructuras y su elevada simetría la problemática se simplifica ya que la primera y segunda esfera de coordinación son prácticamente idénticas en esfalerita y diamante y solo difiere ligeramente en la segunda esfera de coordinación la estructura de la wurtzita con respecto a las otras dos. Por ello la anisotropía es reducida y las características estructurales comparables.

Los materiales que se estudian presentan un enlace más o menos covalente y un comportamiento que varía entre el de un aislante eléctrico y el de un

TABLA V

	Estructura	a_0	d	n_e	E_g	Dureza relativa
BeO	w	7,195	3,12	4,0		7,1
ZnO	w	8,628	3,74	4,3		5,4
ZnS	b	10,222	4,43	4,3	4,4	5,3
ZnSe	b	10,710	4,64	4,7	3,4	4,9
ZnTe	b	11,510	4,98	4,9	2,7	4,5
CdSe	w	11,489	4,97	4,9	2,2	4,7
CdTe	b	12,246	5,30	5,2	1,9	4,1
BN	b	6,831	2,96	4,0		9,1
BP	b	8,576	3,71	4,0	1,8	8,1
BAs	b	9,027	3,91	4,4		7,3
AlN	w	8,257	3,58	4,0		7,1
AlAs	b	10,620	4,60	4,4		6,2
AlSb	b	11,593	5,02	4,8	2,2	6,0
GaP	b	10,300	4,46	4,4	2,8	6,9
GaAs	b	10,684	4,63	4,9	1,6	6,6
GaSb	b	11,561	5,01	5,3	1,0	6,0
InN	w	9,399	4,07	4,8		6,1
InAs	b	11,406	4,94	5,3	0,6	5,8
InSb	b	12,242	5,30	5,7	0,4	5,4
C	d	6,740	2,92	4,0	5,5	9,1
Si	d	10,263	4,44	4,0	1,0	7,1
SiC	b	8,217	3,56	4,0	4,5	8,1
Ge	d	10,691	4,63	5,0	0,6	6,6
Sn	d	12,267	5,31	5,7	0,0	2,2
		A	A		eV	

b Tipo esfalerita
d Tipo diamante
w Tipo wurtzita

semiconductor. Como parámetros electrónicos característicos del enlace se han escogido el número de electrones efectivos calculado por VAN VECHTEN (1969) mediante la fórmula:

$$n_e = 4 \Delta_1 \Delta_2 - 4(\delta_1 \delta_2 - 1) (Z_1 - Z_2)^2$$

siendo Δ y δ unos parámetros característicos de la fila de la tabla periódica en la que se encuentran los elementos y Z las valencias de dichos elementos. El otro parámetro escogido es el salto electrónico entre bandas obtenido experimentalmente por varios autores y recogidos en el trabajo citado.

A partir de todos estos datos hemos estudiado la correlación existente entre la dureza relativa y la distancia interatómica, calculando la ecuación lineal que relaciona la dureza relativa con $1/d^2$ o $Z_1 Z_2 / d^2$. Los coeficientes de correlación obtenidos son inferiores a 0,800 y por lo tanto, como apuntan PLENDL y GELISSE, la necesidad de una serie de coeficientes correctores variables dentro del mismo tipo estructural indica que no puede suponerse una relación generalizada entre la dureza y la fuerza electrostática entre los iones.

En cambio la correlación que obtenemos entre la dureza relativa y el número de electrones efectivos es alta, r vale 0,958, con la ecuación:

$$h = A - 1,5 n_e$$

siendo A distinto y dependiente del grupo de compuestos; así vale 12 para los compuestos de cinc y cadmio; su valor es 13 para el silicio y los compuestos de aluminio; vale 14 para el carburo de silicio, los compuestos de galio e indio y el fosforo y arseniuro de boro; y su valor es 15 para el diamante y el nitruro de boro cúbico.

La correlación es asimismo alta, $r = 0,960$, entre la dureza relativa y la raíz cuadrada del salto energético entre bandas. La ecuación presenta la forma:

$$h = 1,5 E^{1/2} + A$$

siendo el valor de A variable: 2,5 en los compuestos de cinc y cadmio, 4,5 para el SiC y los compuestos de galio e indio y 5,5 para el diamante, el silicio y el germanio.

Los parámetros electrónicos anteriores son de nula utilidad en el caso de materiales con características metálicas. Siguiendo a SAMSONOV pueden compararse las durezas con las resistividades, lo cual hace dicho autor de modo cualitativo. La Tabla VI indica los valores de dureza relativa calculados a partir de las mediciones de dichos autores salvo las correspondientes al oro y a la plata que corresponden a BOWIE (1967) ya que las de SAMSONOV como él mismo opina no son de gran confianza. Los valores de la resistividad son los datos de G. T. Meaden publicados en KITTEL (1971). Con el conjunto de los valores correspon-

TABLA VI.—Dureza relativa y resistividad de los metales

	Metal	Resistividad 10 ⁻⁶ ohm. cm	Dureza		Metal	Resistividad 10 ⁻⁶ ohm. cm	Dureza
IIa	Be	3,25	3,26	VIII	Co	5,8	5,50
	Mg	4,30	3,87		Ir	5,1	5,15
IIIa	Sc	46,8	5,12		Ni	7,0	5,24
	Y	58,5	4,70		Pt	10,4	4,84
IVa	La	79	4,14	Ib	Cu	1,70	4,33
	Ti	43,1	4,96		Ag	1,61	4,20
	Zr	42,4	4,86		Au	2,70	3,93
Va	Hf	30,6	5,60	IIb	Zn	5,92	3,93
	V	19,9	5,51		Cd	7,27	3,37
	Nb	14,5	4,85		IIIb	Al	2,74
Ta	13,1	5,44	Ga	14,85		2,40	
VIa	Cr	12,9	5,52		In	8,75	2,30
	Mo	5,3	5,26	IVb	Sn	11,0	2,20
	W	5,3	5,85		Pb	21,0	1,61
VIIa	Mn	13,9	5,44				
	Re	18,6	5,77				

dientes a los metales pertenecientes a las columnas de la Tabla periódica IIa, I b, II b, III b y IV b se puede obtener la correlación de ecuación

$$h = 10,8 - 5 \ln \rho$$

mientras que con los elementos de las columnas III a y IV a aparece la relación:

$$h = 19,3 - 5 \ln \rho$$

siendo el coeficiente de correlación conjunto de 0,878. Los elementos de transición de las restantes columnas de la tabla periódica quedan comprendidos entre ambas rectas.

Se pueden considerar dos medidas de la dureza una absoluta y otra relativa. La primera queda definida por un ensayo de penetración y adquiere las unidades de una fuerza por unidad de superficie o lo que es equivalente de una energía por unidad de volumen. El problema que se plantea es que matemáticamente no tiene ni las características de un escalar, presión o energía, ni de un esfuerzo, que corresponde a un tensor de segundo grado. En el análisis de este problema debería conocerse de modo preciso la variación que la anisotropía del cristal introduce en la propiedad. Puede aprovecharse el trabajo de LÓPEZ SOLER y otros (1973) sobre la anisotropía de la dureza Vickers del cinabrio. Las curvas que representan la anisotropía en las distintas caras estudiadas en dicho trabajo recuerdan por su forma las secciones de la superficie representativa de un tensor de cuarto rango. El coeficiente que relacionase el esfuerzo con la deformación el cual sería de este rango tendría como unidades fuerza por unidad de superficie y por lo tanto las mismas dimensiones L⁻¹MT⁻², que las anteriores magnitudes. Las secciones deben corresponder a la ecuación:

$$h = (1 - \cos^2 \omega)^2 h_{11} + \cos^4 \omega h_{33} + \cos^2 \omega (1 - \cos^2 \omega) (2h_{13} + h_{44}) + 2 \cos \omega \cos \phi (3 \cos^2 \phi - \cos^2 \psi) h^{14}$$

siendo ϕ, ψ y ω los ángulos que forma cualquier dirección con unos ejes de referencia. Pero según los datos del autor citado el valor de la dureza en las direcciones $\langle \eta k i 0 \rangle$ son distintos según se midan en las caras (0001), (10 $\bar{1}$ 0), (11 $\bar{2}$ 0) ó (10 $\bar{1}$ 1) cuando según la fórmula anterior el valor, que corresponde a h_{11} , debería ser constante. En cambio para la dirección $\langle 0001 \rangle$ el valor que aparece, y que corresponde a h_{33} , es el mismo tanto en la cara (10 $\bar{1}$ 0) como en la (11 $\bar{2}$ 0).

Es por ello que solo mediante estudios cuidadosos de la anisotropía de la dureza en cristales de distintos materiales podrá decidirse si esta propiedad es representable mediante un tensor de cuarto rango o por un tensor de orden superior posiblemente el sexto.

Esta anisotropía de la dureza nos indica por otro lado que la idea de PLENDL y GIELISSE de considerar que la energía reticular específica sirve para medir la dureza no es correcta ya que esta propiedad es por definición un escalar. Pero por otro lado como se ha visto existe una relación lineal entre el logaritmo de la dureza absoluta, dureza Vickers, y el logaritmo de la energía reticular específica. Por ello se debe considerar que la dureza está íntimamente relacionada con la energía de enlace en un cristal y presentando unas características direccionales en función de la disposición geométrica de los enlaces químicos en el cristal.

La otra posible definición de dureza es la dureza relativa o sea un valor de la propiedad adimensional. Es la vieja idea de Mohs y Breithaupt. Como hemos demostrado el usar una escala logarítmica de dureza, a la que llamamos simplemente dureza relativa presenta la ventaja de que permite diferenciar a los materiales blandos con grandes variaciones de dureza Vickers, aparte de otros hechos ya indicados. Como hemos indicado existe una correlación lineal entre dicha escala de dureza y el número de electrones efectivos definido por VAN VECHTEN, esta expresión es adimensional y por lo tanto para el caso estudiado, materiales con estructura esfalerita y otras estructuras relacionadas puede considerarse como una fórmula empírica de cierta confianza.

Las otras correlaciones definidas son interesantes pero tienen el inconveniente de que los coeficientes deben considerarse que poseen dimensiones físicas. Por ello es preferible no sacar conclusiones demasiado rápidas y considerar que únicamente nos expresan el hecho de que las propiedades involucradas vienen influenciadas por la misma causa que influye en la dureza. Por ello tampoco no debe sacarse demasiadas conclusiones del hecho que con los datos usados no esté clara la correlación derivada de las fórmulas de GOLDSCHMIDT y de POVARENKYKH. Realmente el considerar que la dureza depende de la energía electrostática del enlace solo es completamente válida en cristales iónicos y por ello solo la comparación de las durezas relativas de tales tipos de cristales puede aclarar el hecho.

En conclusión se puede decir que podemos definir una escala de dureza a partir del logaritmo neperiano de la dureza Vickers, que esta escala de du-

reza está en concordancia por lo menos en ciertas estructuras con el valor de electrones efectivos de VAN VECHTEN, que existe una relación directa entre los valores de la dureza absoluta o dureza Vickers con la energía reticular específica. Y de todo ello que solo la obtención de un gran número de medidas de dureza por penetración en cristales de todos los tipos, iónicos, convalentes, metálicos y moleculares, permitirá resolver los problemas que continúa presentando esta propiedad.

APENDICE

Valores de la dureza de los minerales

ELEMENTOS	Vickers	Variabilidad	Autor	Relativa	Mohs
Antimonio	52	8	Parnamaa	3,95	3 1/4
Arsénico	63	6	Bowie	4,14	3 1/2
Azufre	29	1	Samsonov	3,37	2
Bismuto	17	2	Bowie	2,83	2
Cobre	76	2	Samsonov	4,33	2 3/4
Diamante	8820	1380	Wolff	9,08	10
Grafito	5	2	Young	1,61	1 1/4
Moissanita	3340		Fitzgerald	8,11	9 1/2
Oro	51	1	Bowie	3,93	2 3/4
Osbornita	2160	29	Epelbaum	7,68	8 1/2
Osmiridio	434	138	Young	6,07	6 1/4
Plata	55	8	Bowie	4,01	2 1/2
Platino	126	1	Bowie	4,84	4
Plomo	5	1	Young	1,61	1 1/2
Teluro	30	3	Young	3,40	2 1/4
SULFUROS					
Alabandina	162	24	Young	5,09	3 3/4
Altaita	36	2	Young	3,58	2 1/2
Argentita	21	1	Young	3,04	2 1/4
Arsenopirita	1087	40	Bowie	6,99	6 1/2
Bismutinita	129	33	Parnamaa	4,86	2
Bornita	100	5	v. Gehlen	4,61	3
Bravoita	1224	79	Young	7,11	6
Breithauptita	530	14	Burke	6,27	5 1/2
Calaverita	203	6	Young	5,31	3 3/4
Calcopirita	206	12	Bowie	5,33	3 3/4
Calcosina	63	6	Parnamaa	4,14	2 3/4
Carrollita	548	6	Burke	6,31	5
Cinabrio	50	15	López Soler	3,91	2 1/4
Clausthalita	47	1	Cervelle	3,85	2 3/4
Cobaltina	1206	20	Bowie	7,09	6 1/2
Coloradoita	25	3	Young	3,22	2 1/4
Cooperita	546	41	Vyalsov	6,30	5
Covellina	71	4	Parnamaa	4,26	1 3/4
Cubanita	213	15	Bowie	5,36	3 1/2
Digenita	70	5	Young	4,25	2 3/4
Discrasita	150	7	Burke	5,01	3 3/4
Domeykita	234	3	Burke	5,46	3 3/4
Esfalerita	197	12	Bowie	5,28	3 3/4
Estanina	209	12	Bowie	5,34	4
Estibiopaladinita	543	58	Tarkian	6,30	4 3/4

SULFUROS	Vickers	Variabilidad	Autor	Relativa	Mohs
Estibnita	90	15	Parnamaa	4,50	2
Eucairita	74	20	Young	4,30	2 1/2
Ferroselita	815	22	Burke	6,70	6 1/4
Galena	68	2	Doménech	4,22	2 1/2
Gersdorffita	762	16	Burke	6,64	5 1/2
Glaucodot	958	45	Petruk	6,86	6 1/2
Gudmundita	1101	120	Burke	7,00	6
Hauerita	496	12	Young	6,21	4
Hessita	34	10	Loginova	3,53	2 1/4
Hollingworthita	666	22	Tarkian	6,50	5 1/4
Idaita	188	14	Young	5,23	3
Irsarsita	1254	34	Tarkian	7,13	7
Jalpaita	39	16	Young	3,66	2 3/4
Kermesita	52	20	Young	3,95	1 1/2
Klockmannita	71	15	Burke	4,26	1 3/4
Krennerita	108	3	Young	4,68	2 1/2
Laurita	1886	281	Young	7,54	7 1/2
Lineita	533	8	Young	6,28	5
Loellingita	466	22	Young	6,14	5 1/4
Marcasita	1055	155	Parnamaa	6,96	6 1/2
Maucherita	644	19	Burke	6,47	5 1/2
Millerita	275	65	Young	5,62	4
Molibdenita	22	6	Bowie	3,09	1 1/4
Nagyagita	75	35	Young	4,32	1 1/2
Naumannita	34	3	Young	3,53	2 1/2
Niquelina	395	47	Burke	5,98	5 1/4
Oregonita	620	14	Burke	6,43	5 1/2
Oropimente	26	4	Young	3,26	1 3/4
Pararammelsbergita	764	10	Burke	6,64	5 1/2
Pentlandita	222	9	Young	5,40	3 3/4
Pirita	1334	80	v. Gehlen	7,19	6 3/4
Pirrotina	300	40	Parnamaa	5,70	4
Polidimita	440	4	Burke	6,09	5
Rejalgar	50	3	Young	3,91	1 3/4
Rammelsbergita	665	23	Burke	6,50	5 1/2
Safflorita	719	107	Burke	6,58	5 3/4
Siegenita	518	15	Bowie	6,25	5
Silvanita	195	25	Young	5,27	2 1/4
Skutterudita	656	68	Bowie	6,48	5 3/4
Sperrylita	1181	38	Burke	7,07	6 1/2
Sternbergita	38	33	Young	3,64	1 1/4
Stromeyerina	41	3	Bowie	3,71	2 3/4
Telurobismutita	20	1	Bowie	3,00	1 3/4
Tetradimita	40	12	Young	3,69	1 3/4
Tiemannita	28	2	Young	3,33	2 1/2
Tyrrellita	347	5	Burke	5,85	4
Ullmannita	551	9	Burke	6,31	5 1/4
Umangita	84	6	Young	4,43	3
Vaesita	814	83	Burke	6,70	6
Villamaninita	447	14	Burke	6,10	5
Violarita	307	67	Young	5,73	5
Wurtzita	205	39	Burke	5,32	3 3/4
SULFOSALES					
Aikinita	183	13	Parnamaa	5,21	3 3/4
Andorita	181	12	Young	5,20	3 1/4

SULFOSALES	Vickers	Variabilidad	Autor	Relativa	Mohs
Argirodita	163	9	Young	5,09	3 1/2
Baumhauerita	154	26	Parnamaa	5,04	3
Berthierita	170	15	Bowie	5,14	3
Boulangerita	133	17	Young	4,89	2 3/4
Bournonita	176	18	Young	5,17	2 3/4
Calcostibita	270	15	Bowie	5,60	3 3/4
Cilindrita	70	44	Young	4,25	2 1/2
Colusita	362	8	Burke	5,89	3 1/2
Cosalita	125	23	Parnamaa	4,83	2 3/4
Diaforita	220	22	Young	5,39	3 1/4
Emplectita	193	24	Young	5,26	3 1/4
Enargita	310	18	López Soler	5,74	4 1/4
Estefanita	76	31	Young	4,33	2 1/4
Famatinita	341	12	Burke	5,83	4 1/4
Franckeita	60	48	Young	4,09	1 3/4
Freibergita	307	15	Young	5,73	4 1/2
Galenobismutita	100	13	Parnamaa	4,60	3
Geocronita	143	10	Young	4,96	2 1/2
Germanita	395	22	Young	5,98	4
Gratonita	140	16	Young	4,94	2 1/2
Heteromorfitita	162	25	Raktsheyev	5,09	3
Jamesonita	116	5	Burke	4,75	2 1/2
Jordanita	190	8	Young	5,25	3
Kobellita	128	5	Burke	4,85	2 3/4
Livingstonita	96	22	Young	4,56	2
Madocita	156	15	Jambor	5,05	3 3/4
Matildita	80	11	Bowie	4,38	2 1/2
Meneghinita	148	35	Vyalsov	5,00	2 1/2
Miargirita	113	10	Bowie	4,73	2 1/2
Pearceita	146	5	Young	4,98	3
Pirargirita	88	38	Bowie	4,47	2 1/2
Plagionita	156	9	Parnamaa	5,05	3 1/4
Playfairita	160	10	Jambor	5,08	3 3/4
Polibasita	135	4	Young	4,91	2 1/2
Proustita	122	13	Bowie	4,80	2 1/4
Renierita	361	18	Burke	5,89	4 3/4
Robinsonita	126	3	Burke	4,84	3 1/4
Semseyita	141	32	Burke	4,95	3
Sorbyita	179	3	Jambor	5,19	4
Teallita	57	26	Burke	4,04	1 1/2
Tennantita	372	28	Burke	5,92	4 1/2
Tetraedrita	336	12	Burke	5,82	4 1/4
Tintinaita	153	4	Jambor	5,03	3 1/2
Twinita	141	10	Jambor	4,95	3 1/2
Veenita	164	8	Jambor	5,10	3 1/2
Wittichenita	178	17	Parnamaa	5,18	3
Zinckenita	180	5	López Soler	5,19	3 1/4
OXIDOS					
Anatasa	600	23	Young	6,40	5 1/2
Baddeleyita	1365	57	Bazhenova	7,21	6 3/4
Betafita	531	29	Bowie	6,27	4 3/4
Bixbyita	969	49	Burke	6,88	6 1/4
Brannerita	720	10	Bowie	6,58	4 1/2
Braunita	1071	70	Burke	6,98	6 1/4
Bromellita	1250	61	Bazhenova	7,13	7 1/2

OXIDOS	Vickers	Variabilidad	Autor	Relativa	Mohs
Brookita	900	60	Young	6,80	5 3/4
Calcofanita	124	54	Bowie	4,82	2 3/4
Casiterita	1051	24	Bowie	6,96	6 1/2
Columbita	831	36	Burke	6,72	6
Corindón	2481	86	Nogués	7,81	9
Coronadita	533	66	Burke	6,28	4 3/4
Criptomelana	675	150	Young	6,51	6 1/2
Crisoberilo	1900		Westbrook	7,55	8 1/2
Cromita	1327	33	Parnamaa	7,29	7
Cuprita	186	7	Burke	5,23	3 3/4
Davidita	727	35	Young	6,59	6 1/2
Delafossita	662	11	Burke	6,50	5 1/2
Eskolaíta	2568	330	Demirsoy	7,85	9
Espinela	1577	72	Demirsoy	7,36	7 3/4
Esquinita	690	30	Young	6,54	5 1/2
Estibiotantalita	522	81	Young	6,26	5 1/2
Euxenita	691	91	Bowie	6,54	6
Ferberita	402	16	Burke	6,00	4 1/2
Fergusonita	723	34	Young	6,58	6
Franklinita	677	10	Burke	6,52	6
Gahnita	2165	510	Burke	7,70	7 3/4
Geikielita	840	180	Burke	6,73	6
Goethita	674	150	Bowie	6,51	5,25
Hausmannita	577	36	Bowie	6,36	5 1/2
Hematites	1019	45	López Soler	6,93	6 3/4
Hercinita	1481	80	Demirsoy	7,30	7 1/4
Heterolita	711	102	Young	6,57	6
Hollandita	642	82	Bowie	6,46	6
Ilmenita	625	75	Cervelle	6,44	5 1/2
Jacobsita	799	1	Burke	6,68	6
Karelianita	1790		Burke	7,49	8 1/2
Lepidocrocita	310	35	Burke	5,74	5
Maghemita	507	7	Burke	6,23	5 1/2
Magnesioferrita	904	5	Pijpekamp	6,81	6 1/4
Magnetita	555	22	Demirsoy	6,32	5 3/4
Magnetoplumbita	854	14	Burke	6,75	6
Manganita	722	44	Burke	6,58	6
Manganosita	878	21	Burke	6,78	5 1/2
Microlita	724	106	Burke	6,58	5 1/4
Nsutita	1340	50	Burke	7,20	7 1/4
Periclasa	1015	106	Bazhenova	6,92	6
Perovskita	1054	77	Young	6,96	7
Pirocloro	618	47	Bowie	6,43	5 1/4
Pirolusita	405		Bowie	6,00	6 1/4
Plattnerita	515	25	Burke	6,24	5 1/2
Psilomelana	782	31	Burke	6,66	5 1/2
Quenselita	169	17	Burke	5,13	2 3/4
Rutilo	1018	40	Burke	6,93	6 1/4
Samaraskita	628	16	Young	6,44	5 1/2
Scheelita	345	8	Burke	5,84	4 3/4
Tantalita	803	79	Bowie	6,54	6
Tapiolita	1012	120	Burke	6,92	6 1/4
Tenorita	231	23	Bowie	5,44	3 1/2
Torianita	1051	69	Bowie	6,96	6 1/2
Uraninita	814	18	Burke	6,70	5 1/2
Wodginita	833	6	Burke	6,73	5 3/4

OXIDOS	Vickers	Variabilidad	Autor	Relativa	Mohs
Wolframita	440	6	Solans	6,09	4 1/4
Zincita	215	30	Burke	5,37	4
HALUROS					
Fluorita	175	13	Pomés Ruiz	5,16	4
OXISALES					
Alumbre	73	6	Moreiras	4,29	2 1/4
Anglesita	117	11	Young	4,76	2 1/2
Apatito	530	76	Young	6,27	5
Barita	157	33	Young	5,06	3
Calcantira	96	6	Blanco	4,56	2 1/2
Calcita	110	6	Young	4,70	3
Dolomita	397	40	Young	5,98	3 3/4
Epsomita	55	3	Blanco	4,01	2 1/4
Goslarita	39	3	Blanco	3,66	2 1/4
Magnesita	442	70	Young	6,09	4
Mallardita	57	14	Blanco	4,04	2
Monacita	846	144	Young	6,74	5 1/2
Morenosita	66	6	Blanco	4,19	2,25
Nitratina	45		Solans	3,81	1 3/4
Piromorfita	224	38	Young	5,41	3 1/2
Rodocrosita	236	6	Young	5,46	3 1/2
Smithsonita	451	88	Young	6,11	4
Siderita	350	20	Young	5,86	4
Yeso	41	7	Young	3,71	2
SILICATOS					
Allanita	875	230	Young	6,77	6
Almandino	1377	166	Arbunies	7,23	7 1/4
Axinita	1142	45	Young	7,04	6 3/4
Berilo	1461	302	Young	7,28	7
Circón	1310	170	Young	7,18	7 1/4
Cuarzo	1413	147	Young	7,25	7
Cianita	1630	152	Young	7,39	7 1/4
Esfena	803	50	Young	6,69	5 1/2
Estaurolita	1691		Solans	7,43	7 1/2
Grosularia	1217	72	Arbunies	7,10	7 1/4
Hessonita	1130	67	Arbunies	7,03	7
Ilvaita	1026	26	Burke	6,93	6
Ortosa	787	145	Young	6,67	6
Rodonita	610	66	Young	6,41	5 1/2
Talco	13	6	Young	2,56	1
Topacio	1745	267	Young	7,46	8
Turmalina	1333	195	Young	7,19	7

BIBLIOGRAFIA

- ARBUNIES, M. (1974).-Estudio físico y óptico de variedades gemológicas de granate. Memoria de graduación. Escuela de gemología. Universidad de Barcelona, 99 pp.
- BLANCO FERNÁNDEZ, M. y SOLANS HUGUET, J. (1976).-Estudio del posible isomorfismo del grupo de los vitriolos. *Breviora Geológica Astúrica*, 20, 1-8.
- BOWIE, S. H. U. (1967).-Notes on the use of micro-indentation hardness and reflectivity in the systematic identification of ore minerals. 2 *International School on Quantitative Methods in Reflected-light Microscopy*. Bensheim, 7 pp.

- BOWIE, S. H. U. y CAYE, R. (1969).—Mesures de dureté par la methode microscopique. Ecole d'été des Pays Latins sur microscopie par reflexión. Barcelona, 16 pp.
- C. O. M. (1970).—*International tables for the microscopic determination of crystalline substances absorbing in visible light*. Provisional Issue. Barcelona, 43 pp.
- CAYE, R. (1972).—La mesure de la reflectante et de la microdureté. *Ecole d'été sur les mesures en microscopie par reflexion*. Geneve, 16 pp.
- CERVELLE, B. (1976).—Réflectance, constantes optiques et microdureté de PbSe (clausthalite). *Bulletin de la Societé française de Mineralogie et Cristallographie*, 99, 26-28.
- DIETER, G. E. (1961).—*Mechanical Metallurgy*. Mc Graw Hill, New York, pp. 301-315.
- DOMÉNECH CASELLAS, M. V. y SOLANS HUGUET, J. (1974).—Estudio estadístico de la microdureza de la galena. *Breviora Geológica Astúrica*, 18, 20-22.
- DOMÉNECH CASELLAS, M. V. y SOLANS HUGUET, J. (1974).—Determinación de las propiedades mecánicas de la pirita. *Revista de la Facultad de Ciencias*, Oviedo, 15, 27-34.
- FRIEDRICH, E. (1926).—Ueber die Haerte anorganischer Verbindungen und die der Elemente. *Fortschritte der Chemie*, 18, 1-44.
- GAHM, J. (1967).—A new microhardness tester. *Zeiss Information*, 62 (separata), 8 pp.
- GALOPIN, R. y HENRY, N. F. M. (1972).—*Microscopic Study of Opaque Minerals*. Heffer, Cambridge, pp. 187-192, 297-300.
- GOLDSCHMIDT, V. M. (1927).—*Die Geochemische Verteilungsgesetze der Elemente*. Dybwad, Oslo, pp. 102-127.
- KHRUSHCHOV, M. M. (1950).—Microdureza, dureza de Mohs y grados de dureza (en ruso). *Doklady Akademiyi Nauka SSSR*, 72, 779-780.
- IVANKO, A. A. (1968).—*Tverdot Spravochnik (Manual de la dureza)*, Naukova Dumka, Kiev, 66 pp.
- KITTEL, C. (1971).—*Introduction to solid state Physics*. Wiley, New York, 268 pp.
- KLEBER, W. (1970).—*Einfuehrung in die Kristallographie*. VEB Verlag Technik, Berlin (DDR), pp. 244-248.
- LÓPEZ SOLER, A.; NOGUÉS, J. y BOSCH FIGUEROA, J. M. (1973).—Estudio de la anisotropía de la dureza. *Acta Geológica Hispanica*, 8, 59-62.
- MOREIRAS BLANCO, D. y SOLANS HUGUET, J. (1973).—Estudio de la microdureza de alumbres de la serie $\text{CrK}(\text{SO}_4)_2 \cdot 12 \text{H}_2\text{O}$ - $\text{AlK}(\text{SO}_4)_2 \cdot 12 \text{H}_2\text{O}$. *Acta Geologica Hispanica*, 8, 67-68.
- NOGUÉS, J. M.; LÓPEZ SOLER, A. y BOSCH FIGUEROA, J. M. (1969).—Comportamiento del rubí natural y sintético utilizando la medida de la dureza a escala microscópica. *Gemología*, 11, 7-11.
- PARNAMAA, E. (1963).—On the use of Vickers microhardness in the microscopical identification of ore minerals. *Lunds Universitaet Arskrivt*, 2, 51 pp.
- PLENDL, J. N. y GJELISSE, P. J. (1962).—Hardness of Nonmetallic Solids on an Atomic Basis. *Physical Review*, 125, 828-832.
- PLENDL, J. N. y GJELISSE, P. J. (1963).—Atomistic expression of hardness. *Zeitschrift fuer Kristallographie*, 118, 404-421.
- POMÉS RUIZ, R. y SOLANS HUGUET, J. (1972).—Determinación de la dureza Vickers y de las constantes de la ley de Kick en fluoritas asturianas. *Breviora Geológica Astúrica*, 16, 12-16.
- POVARENENYKH, A. S. (1966).—*Kristalokhimicheskaya klassifikatsiya mineralnykh vidov (Clasificación cristalocímica del reino mineral)*. Naukova Dumka, Kiev, pp. 107-108.
- SCHNEIDERHOHN, H. (1952).—*Erzmikroskopisches Praktikum*. Schweizerbart'sche Verlag, pp. 151-165.
- SOLANS HUGUET, J. (1975).—Tamaño de muestreo para la determinación de la dureza de microhuella en monocristales. *Breviora Geológica Astúrica*, 19, 1-4.
- TABOR, D. (1954).—*La dureza de los sólidos*. Endeavour, 13, 27-32.
- TARKIAN, M. y STUMPEL, E. F. (1975).—Platinum Mineralogy of the Driekop Mine, South Africa. *Mineralium Deposita*, 10, 71-85.
- UYTENBOGAARDT, W. (1968).—*Results of Vickers Hardness measurements on ore minerals*. Department of Mineralogy and Petrology, Institute of Earth Sciences, Free University, Amsterdam, 16 pp.
- UYTENBOGAARDT, W. (1969).—Introduction aux methodes quantitatives: identification des mineraux opaques par leur pouvoir reflecteur et leur microdureté Vickers. *Ecole d'été des Pays Latins sur les mesures en microscopie par reflexion*, Barcelona, 23 pp.
- VAN VECHTEN, J. A. (1969).—Quantum dielectric theory of Electronegativity in covalent systems. I) Electronic dielectric constant. *Physical Review*, 182, 891-905.
- VAN VECHTEN, J. A. (1969).—Quantum dielectric theory of Electronegativity in covalent systems. II) Ionization Potentials and Interband transition Energies. *Physical Review*, 187, 1.007-1.020.
- WOOSTER, W. A. (1953).—*Rep. Progr. Phys.*, 16, 62. Citado en Amorós, J. L. (1958).—Cristalofísica. Aguilar. Madrid, pp. 204.
- YOUNG, B. B. y MILLMAN, A. P. (1964).—Microhardness and deformation characteristics of ore minerals. *Transaction of the Institute of Mining and Metallurgy*, 73, 437-466.

